NATURA E CAMPI DELLE MATEMATICHE SECONDO ENNIO DE GIORGI

di **Ambrogio Giacomo Manno**

Noi non possiamo entrare nella produzione scientifica del grande matematico Ennio De Giorgi[1]: la sua produzione scientifica si estende a molti campi della matematica, dove egli portò contributi innovatori e originali. La sua bibliografia è estesissima e molteplici anche le opere scritte su di lui[2]. Ci limitiamo ad esporre due dei problemi più importanti affrontati dal nostro autore, i fondamenti delle matematiche, problema tanto dibattuto ancora oggi, e quello della estensione del campo delle matematiche; ambedue affrontati dal nostro Autore con grande competenza e misura.

Iniziamo dal "fondamento delle matematiche". De Giorgi presenta le matematiche nel contesto delle altre scienze e "nell'intero sistema del reale", per cui al carattere proprio delle matematiche, di precisione e di rigore dimostrativo nel loro sviluppo interno, vede soggiacere uno sfondo misterioso ed enigmatico, che non è facile tematizzare; perché questo sfondo acquisti un certo senso richiede, oltre a tutto il campo delle discipline scientifiche, l'incontro con "la metafisica", cioè la ricerca di un Principio soprasensibile e soprasperimentale che dia ragione del tutto, che solo la filosofia, come indagine razionale delle cause ultime, e la religione, come suprema sintesi e giustificazione del Reale, possono dare. Valga a tal proposito la sua affermazione:

> Ogni volta che si tenta un inquadramento (dall'interno) della matematica, ci si trova di fronte a difficoltà invincibili e, in sostanza, si incontra una certa forma di mistero. Operando come matematico, sono portato ad ammettere che per parlare delle cose conosciute sono costretto a fare riferimento a cose sconosciute e umanamente inconoscibili; è sempre incerto il confine tra le cose conosciute o conoscibili e le cose sconosciute o inconoscibili[3].

La sintesi illuminante tutto il Reale, che può dare senso e valore ermeneutico e ontologico anche alle matematiche, è la Religione; a tal proposito si muovevano spesso sulle sue labbra le parole del Credo: "Credo in Dio, creatore di tutte le cose, visibili e invisibili", riconoscendo Dio come il Creatore dell'Universo.

De Giorgi sostiene che qualunque realtà o settore finito non è comprensibile se non nel legame con l'Infinito (teoria dei numeri, calcolo infinitesimale, spazi funzionali…):

> Uno dei paradossi delle Matematiche – egli scrive – è questo: per studiare le cose più concrete bisogna passare attraverso la riflessione su concetti che invece sembrano superare completamente la nostra esperienza

> sensibile. Questo è un dato che fa pensare tutto ciò che noi riusciamo a vedere nel finito ci appare incomprensibile e disarmonico se non lo pensiamo come parte di un quadro più ampio di grandezza infinita. Il fatto che questo quadro infinito sia in gran parte sconosciuto non ci deve portare a negare l'esistenza[4].

Ma oltre a questo quadro generale della inintelligibilità del finito avulso dall'infinito e dell'infinito che è postulato da ogni finito, De Giorgi aveva un concetto pluridimensionale della Realtà, che non può mai essere abbracciata nella sua totalità e integralità dalla mente umana, poiché i suoi livelli ontologici forme e qualità sono incalcolabili, per cui ancora scriveva e spesso ripeteva il detto di Shakespeare: "Vi sono più cose tra Cielo e Terra di quante ne sogna la nostra filosofia"[5].

Sia le matematiche, che abbracciano realtà visibili e invisibili, finite e infinite legate da relazioni assai complesse, "in gran parte misteriose"[6], sia la sua visione dell'Universo come "Mistero" dalle "infinite incognite", lo conducevano alla Fede nella Trascendenza [7].

Spaziando De Giorgi con la sua cultura e ancor più con la mente aperta nei problemi metafisici, ci ha potuto dare una "teoria delle matematiche" più vasta e multilaterale, profonda e rigorosa, e nello stesso tempo né pretenziosa, né riduzionista, come in tanti matematici del passato si riscontra, i quali ritenevano che la loro disciplina sia in grado di interpretare adeguatamente tutti i campi del reale in termini logico-matematici, e quindi deterministici e razionalistici (per non dire "fatalistici", alla maniera degli antichi "stoici"). Come, d'altronde, egli è ben lontano dal negare alle matematiche un aggancio col reale, e vederle come puro "fatto linguistico", risolubile nel "formalismo logico", o nelle "strutture psicologiche del pensiero umano", come sostengono i matematici "nominalisti".

De Giorgi vede "le matematiche come un potente strumento del pensiero umano", il quale nelle sue facoltà intellettive e argomentative è aperto a tutte "le dimensioni del reale" ed è in possesso di una capacità conoscitiva che non è "sbarrata da alcun limite" fisico, cosmologico, ontologico, perché è "aperto per sua natura all'Infinito".

Vedremo, anche se per semplici cenni, gli sconfinati campi in cui De Giorgi ha introdotto "il metodo matematico", formulandone anche i rispettivi "sistemi assiomatici", e non ci meraviglieranno le sue tesi sui rapporti delle matematiche con la metafisica e la teologia. Nello scritto, mai sufficientemente meditato, "Riflessioni su matematica e sapienza", estende il raggio gnoseologico delle matematiche ai più diversi campi del sapere e finisce col postulare e tentare anche un "sistema assiomatico", capace di inglobare tutti questi campi, non formalisticamente o logicisticamente unificati, ma basato su "livelli ontologici", "analogie" e "simbolismi" in grado di contenere in sé le differenze e le proprietà di ciascuno[8].

Se ne può avere una "sparuta" idea precisamente da quanto scrive nell'opera predetta: "La riflessione sui rapporti tra la matematica e la totalità del sapere, quella che gli antichi chiamavano sapienza, comprendendo in quest'ultimo termine le scienze, le arti, le giustizia e l'umanità, è un campo sconfinato che non pretendo di esaurire; mi auguro solo di convincere anche chi ha minori conoscenze matematiche, che l'amore della matematica è una parte viva di quel sentimento umile e forte che gli antichi chiamavano filosofia, cioè amore della sapienza"[9].

"Il senso del Mistero" che investe anche le matematiche, si evidenzia dai tanti limiti che bloccano le nostre conoscenze del mondo fisico:

> In questa prospettiva si possono collocare alcuni problemi insoluti che coinvolgono la matematica e le altre scienze: il nostro (mondo) è l'unico Universo possibile oppure uno dei tanti; le varie costanti fisiche sono più o meno fortuite o sono in qualche modo necessarie; quali sono i parametri liberi nel mondo fisico e quali quelli necessariamente legati da precisi vincoli matematici; qual è nel nostro mondo il giuoco della necessità e quale il giuoco del caso (l'eterno dibattito tra deterministi e indeterministi)[10].

L'illimitato, l'infondato, "l'Infinito", afferma De Giorgi, ci circondano da ogni parte[11]; non si può pensare una entità finita se non sullo sfondo dell'Infinito:

> La matematica è in un certo senso, condotta ad immergere la realtà finita e visibile in un quadro infinito sempre più esteso; per esempio, passare dalla considerazione degli infiniti numeri naturali allo studio degli infiniti e infinitesimi dell'analisi; l'ordine delle cose può essere concepito solo come un intreccio di relazioni tra enti materiali e ideali che nel loro complesso formano una rete infinita.

E ancora più "in basso": "È impossibile fare una teoria della aritmetica semplice, pratica e coerente in cui non vale il teorema: esistono infiniti numeri primi"[12].

Il problema delle matematiche, come non può sostare a un "limite finito" dei numeri, "*n*", senza procedere all'"infinito" con l'inarrestabile "n + 1", analogamente non può sostare in un "fondamento primo" netto e preciso, ma "sprofonda nell'abisso del Tutto infinito". È nota la obiezione di Kurt Goedel (1906-1978) al "formalismo" di Hilbert, il quale riteneva che si potesse costruire "una matematica autofondata", senza ricorrere né a presupposti extramatematici né ad interpretazioni realistiche.

> Molti di noi sanno in sostanza – scrive De Giorgi – che non è possibile dare, con un numero finito di postulati, una descrizione perfetta delle più note strutture infinite, di cui possiamo avere solo descrizioni per loro natura incomplete[13].

Ma vi è di più. Kurt Goedel dimostrò nei riguardi dell'"autofondazione delle matematiche" di Hilbert, che la matematica, se si vuole legittimare la sua "coerenza", cioè la sua "validità autocostruttiva" deve fare ricorso ai "fattori extramatematici".

* * *

Data l'importanza di questo argomento, che riguarda la natura della matematica, il suo fondamento e la validità dei suoi procedimenti, è bene spendere una parola a questo proposito. “Il formalismo” è una delle concezioni moderne della matematica, il cui fondatore viene ritenuto David Hilbert[14].

Viste le difficoltà in cui cade il “logicismo” di Frege e di Dedekind, non superate neanche dalla revisione di Zermelo e di Newmann, e viste le difficoltà che incontra ogni teoria che voglia legare la matematica a forme di conoscenza extramatematiche, si propose di rendere questa disciplina del tutto autonoma, fondandola in se stessa e nello sviluppo delle proprie regole. Secondo questo principio i termini elementari, i simboli e le regole vigenti in seno alle matematiche, nonché l’edificio costruito in base ad essi non hanno altro valore e significato oltre quello strettamente “formale” o “sintattico”[15]. Per dirla con Russell, “la matematica pura è una costruzione nella quale non sappiamo di cosa si parli e se le proposizioni siano vere”.

La matematica, nelle intenzioni di Hilbert, è un sistema rigoroso, che partendo dagli assiomi e dai termini iniziali, si sviluppa, in base alle regole di trasformazione, in una catena ordinata di formule, costituenti i teoremi, senza uscire mai da se stessa, sino alle conquiste più ardite del suo edificio formale. Ovviamente termini primitivi, segni, simboli, assiomi sono previamente e rigorosamente definiti, ma questa “propedeutica descrittiva” viene detta “metamatematica”, che si sviluppa in base agli assiomi.

Considerando la matematica un “mero gioco formalizzato”, i formalisti ritengono di sottrarre la loro disciplina a una serie di questioni che non la riguardano, inutili e confuse, essi dicono, quali la natura del numero, la sua esistenza, e in che senso; la verità o meno delle leggi numeriche, la loro obiettività; la relazione della matematica con la logica, con l’epistemologia, con la realtà fisica.

Le formule di un sistema formale, asseriscono i formalisti, non hanno alcun significato fuori del “gioco”, non sono né vere né false, non implicano alcun presupposto e non richiedono che esista alcunché. La matematica, per essere valida, a norma dei canoni del formalismo, richiede solo la coerenza interna, la logicità delle deduzioni sulla base degli assiomi stabiliti preliminarmente, il rigore dei procedimenti costruttivi.

In sintesi, un sistema formalizzato per essere valido, presuppone due condizioni: 1) la coerenza interna, detta anche “autocompatibilità”; 2) la completezza dei suoi assiomi.

A parte questa concezione della matematica, che non permetterebbe nessuna “interpretazione” o “relazione semantica” delle sue formule, e tanto meno un’applicazione, (se non “ipotetica” o di “modello”), alla Realtà di qualunque tipo, fisico, economico, ideale[16], è sorto il problema se le due “condizioni essenziali” del formalismo possono essere realizzate all’interno della sua costruzione.

L’obiezione fu avanzata in particolare da Kurt Goedel[17], il quale obiettò che in matematica non si raggiunge mai “la completezza” dimostrativa. Finanche i *Principia Mathematica* di Russell non presentano una completezza dimostrativa pur essendo ricchi di “termini elementari e di assiomi”. La matematica abbonda di proposizioni generali, alle quali non si è mai trovata una eccezione, e tuttavia non è stata trovata per esse la dimostrazione; tale, ad es., “la congettura di Goldbach”, secondo la quale un numero pari è la somma di due numeri primi. Non è stato mai trovato un numero pari che non sia la somma di due numeri primi, ma nessuno è riuscito finora a dare la dimostrazione (= regole di inferenza o di deduzione o di costruzione) che la congettura di Goldbach si applichi a tutti i numeri pari. Ma oltre alle dimostrazioni e teoremi matematici indimostrati., la semplice proposizione logicistica “A˜=(˜A)”, che esprime il principio di non contraddizione: la stessa realtà o qualità non può essere e non essere nello stesso tempo, richiede la metafisica, cioè il presupposto primo di ogni realtà e verità, che dal nulla non può venire l’essere, e viceversa. Ci si può rivolgere anche a Hegel il quale nella sua dialettica insegna che l’essenza di qualunque realtà implica “la differenza dell’altro da sé”; ed è sempre “relazione”, limite, negazione di tutto ciò che essa non è – Werke, VII, *Enciclopedie*, par.III.

Sarebbe molto lungo riportare il ragionamento di Goedel: esso conclude che non si dà un sistema matematico che possa esprimere “la completezza” delle sue deduzioni, ma fa ricorso sempre a presupposti, postulati o definizioni extramatematiche. “La coerenza” di un sistema è a scapito della sua completezza; una eventuale completezza sarebbe a scapito della coerenza: sarebbe autocontraddittorio[18].

Goedel dimostrò che sia i *Principia Mathematica* di Russell, sia qualsiasi altro sistema nel cui ambito possa venire sviluppata l’aritmetica sono essenzialmente incompleti. Se il tipo di ragionamento adeguato in aritmetica è basato su regole di inferenza più potenti delle regole del calcolo aritmetico, la matematica, oltre a non essere autosufficiente, viene implicata nella problematica della disciplina a cui fa appello, ad es. la logica.

Hilbert però non si riduce al “formalismo”; egli ha aperto orizzonti nuovi in tanti campi delle matematiche, e anche circa i contestati “Transfiniti” di Cantor egli si mostra aperto, solo vuol “delimitarne” la portata “semantica”, poiché “l’infinito” è una “idea” che la nostra mente stenta a concepire. Circa “la divisibilità all’infinito” degli enti materiali egli sostiene che la “divisibilità” si arresta agli atomi e più in fondo, ai “quanti di energia”. “La divisibilità all’infinito” non è un’operazione fisica; scientifica, sperimentale, ma solo “mentale”.

In quanto all’Universo fisico Hilbert nega che esso possa essere ritenuto “infinito” spazialmente e perciò possa dare ragione del “numero infinito in atto”, ma lo ritiene “illimitato”, nel senso che non se ne possono mai raggiungere i confini. Ma “la illimitatezza e la finitezza sono compatibili” – egli conclude[19]. Sia dal punto di vista della estensione, sia dal punto di vista della costituzione fisica (atomi e quanti di energia) l’Universo non darebbe ragione di ammettere un numero infinito in atto.

Dal punto di vista matematico “l’idea dell’infinito” ha dato luogo a molto conquiste – afferma Hilbert –: le classi di Russell, il numero di rette passanti per un punto, gli angoli di un determinato grado, lo spazio a infinite dimensioni (della sua stessa teoria)…; ma Hilbert appunta la sua indagine sugli “infiniti di Cantor” o “transfiniti”.

Cantor distinse *“l’infinito potenziale”* (l’infinitamente grande e l’infinitamente piccolo nella divisione di una grandezza), e *“l’infinito attuale”*: ad es.: “la totalità dei numeri naturali, 1, 2, 3, …∞, come totalità conclusa”; i punti di un intervallo nella loro esistenza in atto, da 0 a 1, per es., o la totalità dei numeri reali tra 0 e 1, tra 1 e 2, ecc.

“L’infinito dei numeri naturali” (cioè delle somme di unità indivisibili) e “l’infinito dei numeri reali” però secondo Cantor non sono “equivalenti” o “equipollenti”, perché mentre la prima serie è “numerabile”, almeno in linea di principio, la seconda non lo è, o lo è non alla stessa maniera[20]. Cantor perciò distinse “l’infinito numerabile dei numeri naturali”, “∞”, o “infinito alef” (con la prima lettera dell’alfabeto ebraico), e “i transfiniti” o “infiniti non numerabili”, nel senso che, stabilito “l’infinito ∞”, noi possiamo procedere oltre con “$\omega + 1$”, “$\omega + 2$”, “$\omega + \omega$ ”, e così di seguito, sino ad avere “serie infinite”, di cui l’una viene elevata alla potenza dell’altra “ω^{ω} “$\omega^{\omega\omega\omega\cdots}$, e così all’infinito di infiniti[20].

Hilbert si colloca in posizione critica circa i “transfiniti” di Cantor domandandosi se “l’infinito abbia conseguito effettivamente quell’altezza vertiginosa” che gli sforzi congiunti di Frege, Dedekind e Cantor avevano tentato di fargli raggiungere. La dottrina dei “trasfiniti” di Cantor fu attaccata aspramente in Germania, e l’autore si rifugiò in Italia, ove “la scuola matematica” di Galilei già aveva sviluppato questa dottrina. Neanche Hilbert però impugnò “la possibilità dei transfiniti”, affermando eufemisticamente: “Nessuno ci condurrà fuori dal paradiso che Cantor ha creato per noi”. Solo richiedeva che per “i transfiniti” si istituisse un “metodo dimostrativo” come quello che è stato istituito per la teoria elementare dei numeri, che nessuno mette in dubbio[21].

Hilbert sosteneva che “l’infinito matematico né si riscontra nell’esperienza sensibile, né sopporta una fondazione assiomatica, costituendo esso un concetto della mente”[22]. Questa esigenza scientifica – egli scrive – può essere raggiunta, cioè è possibile raggiungerla alla maniera intuitiva e finitista – il metodo col quale si raggiungono le verità della teoria dei numeri – quella penetrazione logico-concettuale che garantisce la validità dell’apparato matematico[23].

Egli ci offre anche un esempio di assiomatizzazione della matematica elementare[24]. Fa notare che “l’infinito è nascosto in ogni formula numerica, ad es., la equazione di identità “$a + 1 = 1 + a$”, è vera universalmente, e la sua negazione è falsa universalmente, ma essa “non implica un infinito numero di equazioni”, ma viene assunta in maniera condizionale: “ammesso tale segno numerico, il giudizio ha tale significato”. È costretto a riconoscere però che anche la matematica elementare va oltre le regole finitiste, in quanto sia i numeri arabi, sia i simboli di “variabili”, “a”, “b”, “c”, …, hanno una estensione illimitata, e anche per l’aritmetica elementare, oltre alla “logica aristotelica” si richiedono altri postulati più specifici, relativi alle formule costruite[25].

Grande importanza egli conferisce agli “assiomi”, quasi “mattoni fondamentali”(*building blooks*) per la costruzione delle strutture formali delle matematiche, ma oscilla sul loro valore tra “verità fondamentali” e “mere relazioni di concetti”, e li distingue in vari gruppi: “assiomi della implicazione, della negazione, assiomi transfiniti, assiomi della uguaglianza, assiomi numerici”[26].

La contestazione dei “transfiniti” come entità matematicamente significative, non impedisce a Hilbert di formulare i postulati relativi, anche se solo come “strutture o elementi ideali”[27]. Li riportiamo per dare un’idea della mentalità indagatrice di questo pensatore, multilaterale e multiculturale.

I. (*a*) *A* (*a*) -> *A (b)*; esprime l'inferenza dall'Universale *A* al particolare, *a, b, c,…,* le innumerevoli variabili reali e possibili; è detto anche assioma della deduzione sillogistica.
II. ~ (*a*) *A* (*a*) -> (ù *a*) ~ *A* (*a*): se un predicato non è predicabile universalmente, vi è almeno una proposizione che lo contraddice (: un controesempio).
III. ~ (ù *a*) *A* (*a*) -> (*a*) ~ *A* (*a*): se non vi è alcun esempio di un'asserzione, l'asserzione è falsa per tutti gli *a*.

L'ultimo assioma è "ambiguo", poiché, come egli ha sostenuto, non si dà alcuna "dimostrazione realistica" del numero infinito in atto, e questo negherebbe addirittura l'ammissione dei "transfiniti"; ma, come si è detto, Hilbert riconosce la possibilità di ammettere "i transfiniti" come "strutture ideali", e ciò legittima, almeno in quel campo il loro "significato" (e valore).

Anzi, egli stesso, tramite la sua dottrina della dimostrazione, tentò di giungere alla soluzione del problema del "continuo cantorino", ma il suo impegno non sortì l'effetto, e lo scopo non poteva essere raggiunto, precisamente perché esso andava oltre le premesse. Hilbert vuol fondare la matematica su assiomi "evidenti e intuitivi", i quali non possano aggirarsi se non su campi ridotti e percettibili[28]. La matematica dev'essere una costruzione rigorosa sulla base di questi postulati, per cui, a suo parere, la matematica per il suo rigore di metodo, "è divenuta la corte arbitrale, il supremo tribunale per decidere le questioni fondamentali, su una base concreta, sulla quale tutti possono essere d'accordo e nella quale ogni affermazione può essere controllata[29].

La dimostrazione, a parere di Hilbert, come nel sillogismo di Aristotele, va condotta partendo da una proposizione generale *S*, la quale implica una variabile particolare *T,* da cui per deduzione si trae la conseguenza della verità di *T.*[30]

La premessa generale è una formula derivata da "assiomi" o risultato di deduzione o di costruzione assiomatica. Un "teorema" – secondo Hilbert – è detto "dimostrabile" quando è tratto deduttivamente dalla "premessa generale".

Ma quale "premessa generale" può raggiungere "il numero infinito in atto", se questo costituisce appunto "l'obiettivo della ricerca", né è raggiungibile per "intuizione", né per deduzione, richiedendo esso "passaggi infiniti"?

Il metodo dimostrativo di Hilbert applicato ai "transfiniti", si risolve in un "circolo vizioso", che presuppone dimostrata "la proposizione generale" o "premessa", che appunto è ciò che è da dimostrare. "I transfiniti", come si vedrà, possono essere ammessi per altra via e con altro metodo, che non partendo da "assiomi finitisti" intuitivi o percettibili. Sorprende, d'altra parte, l'opinione di Hilbert, di elevare la matematica a "supremo tribunale della verità", opinione che implica un duplice riduzionismo: 1) che tuta la realtà sia costituita secondo leggi e strutture matematiche; 2) che queste siano "assolute", "ontologiche", cioè "condizioni oggettive" della possibilità stessa della Realtà[31]. Opinione che, oltre tutto, è in radicale antitesi col suo "formalismo", che ritiene la matematica un "mero gioco linguistico" o una "costruzione formale", né interpretabile in senso semantico generale, né applicabile alla realtà fisica. Ma è tempo armai che noi discendiamo nel campo più sicuro ed elementare della "fondazione della matematica" e della possibile elevazione, tramite questa disciplina, alla prospettiva dei "problemi metafisici" utilizzando e valorizzando tutte le risorse e le potenze del pensiero umano, sulla linea tracciata da Ennio De Giorgi, il quale ha conferito autentico valore ontologico alle matematiche e nello stesso tempo ne ha mostrato "il nesso" con la Realtà Universale, e perciò lume, via e leva per l'autentico problema dell'Infinito.

Scendendo nei "presupposti" della matematica, e di ogni "sapere umano", quali sono "le regole", "i principi", i fondamenti di ogni asserzione vera, sia sensibile che "ideale", sia epistemologica che razionale?

Essi sono gli "umili", "primigeni", ma "potenti"principi logico-ontologici, "costitutivi della ragione umana", cioè intuizioni pure, innegabili, incontrovertibili della "verità" in essi immanente, tali che negandoli né sussiste più il pensiero, né potrebbe esistere "la realtà" di qualunque ordine e grado.

Li enunziamo nella formula schematica, senza ulteriori esplicitazioni[32], per evidenziare come essi siano "condizioni sia del pensiero sia dell'essere", e senza o contro di essi non esistono più né l'uno né l'altro: 1) Principio di identità: "ogni ente è se stesso e non altro da sé", che si traduce in linguaggio logico in "A = A", ~ B, ~ C, ~ …, che sta a significare che ogni ente (numero, pietra, pianta, animale, …) è se stesso e non altro.

È stato "il cavallo di battaglia" da parte dell'idealismo, del positivismo, del relativismo, del soggettivismo, sostenendo che questo principio negherebbe "il divenire", il mutamento, "la dialettica". Niente affatto: il principio di identità non nega "il divenire", le trasformazioni, i mutamenti, ecc., ma afferma soltanto che nel momento e sotto l'aspetto nel quale un ente viene considerato, è quello e non altro: un numero naturale, una pietra, un leone.

Esso implica anche tutti i mutamenti chimici, fisici, elettromagnetici che avvengono in qualunque corpo fisico, ma vuole stabilire un certo ordine e una certa struttura costitutiva di quell'ente. Ingloba anche il *panta rei* di Eraclito, ma anche l'affermazione antitetica che "l'armonia occulta è migliore della palese", nonché il pensiero dello stesso Eraclito, che "il mondo è fatto secondo il *logos*".

In altri termini, "il principio di identità" accoglie tutta la storia del Cosmo dal Big-Bang a oggi, che le varie scienze portano alla luce, ma richiede anche che siano riconosciuti "tutti i modi dell'essere nelle loro differenze e qualità: il *logos* che costituisce la Realtà universale"[33].

Ancora più evidente è "il principio di non contraddizione", sia nella forma forte: "la stessa realtà non può essere e non essere nello stesso tempo e sotto il medesimo aspetto"; sia nella forma debole: "la medesima qualità non può appartenere e non appartenere allo stesso essere" (che fu accettato anche da Kant nell'Analitica Trascendentale), ritenuto valido però solo nel mondo fenomenale. È il supremo principio logico-ontologico, senza del quale nessuna verità potrebbe essere affermata e nessuna realtà sussisterebbe, identificandosi con la negazione contraddittoria.

Scoto asseriva che neanche Dio potrebbe modificare queso principio, pur possedendo Egli il potere creativo: di far esistere il mondo dal nulla (cioè per opera della sua onnipotenza), e all'opposto, di poter "annichilire il mondo": far-lo ritornare dal nulla[34]. Dove sta dunque la forza e la potenza di questi due principi, come dei due successivi che enunzieremo immediatamente?

La conoscenza razionale che "dal nulla non può venire l'essere", né "l'essere può risolversi nel nulla", richiedendo l'uno e l'altro passaggio "una potenza infinita". Negando il principio di non contraddizione si ammetterebbe l'identità di essere e non essere: un assurdo!

Esso poi è anche convinzione sperimentale umana, poiché a nostra conoscenza mai un fenomeno si è verificato dal nulla, né un ente è stato ridotto al nulla. La scienza, che tutta si basa su questo principio, l'ha codificato col principio della "costanza della materia o energia dell'Universo", detto dal suo enunziatore, "principio di Mayer".

In conclusione, qual è il fondamento della matematica e della logica, che è alla sua base? Il pensiero umano, la ragione umana che "intellettivamente" conosce, penetra "l'essere" e non può identificarlo col "Nulla", né nella sua genesi, né nel suo divenire. "Identità perciò di pensiero e di essere", come già intuì Parmenide, che affermò che "l'essere non può derivare dal nulla".

Il principio di causalità (detto più precisamente dei "condizionamenti"), si basa sulla verità che "dal nulla non può scaturire l'essere" e postula per ogni fenomeno, fisico o biologico, la causa sufficiente e adeguata (la serie delle condizioni, precisamente, poiché un fenomeno fisico o di altro genere, non è mai effetto di una sola causa ma di una serie di cause collegate: es. l'ebollizione dell'acqua a 100 gradi di calore, che richiede, oltre all'energia termica, la pressione atmosferica, la conducibilità dei metalli, ecc.). È evidente che tutte le scienze fisiche e naturali si reggono sopra questo principio, non potendo, alcuna mente che ragiona, ritenere che un fenomeno (terremoti), eruzioni vulcaniche, malattie, siano prodotti dal nulla.

L'altro principio logico-ontologico viene denominato "principio di ragione sufficiente", nel senso che di ogni realtà o verità è necessario ricercare la "ragione" sufficiente e adeguata della sua realtà e verità. Il principio è di altissima e amplissima portata, perché abbraccia sia le scienze umane (morale, diritto, politica…), e si estende anche alla teologia.

Il suo culmine si ha appunto nel risalire dal mondo a Dio, non potendosi riconoscere altra "causa" (potenza) che faccia esistere il mondo se non l'Essere assoluto, autoesistente, Essere per essenza e perciò ragione e principio di tutto ciò che esiste[35].

Ritornando alle matematiche appare subito che queste, implicitamente o esplicitamente, si fondano sui principi logico-ontologici testé enunciati, quando le matematiche vengano intese nella loro completezza e integrità logico-ontologica, e anche come "modelli", "schemi", "reti" euristiche o operazionali nella fisica, nella chimica, nella biologia, nell'astronomia, nella tecnologia di tutti i campi[36].

Hilbert e seguaci hanno il grande merito di aver voluto "autonomizzare" le matematiche pure da ogni condizionamento extramatematico. Non hanno potuto autonomizzarle dalla "logica pura". Si può tradurre in logica formale il principio di identità, "A = A", e quello di non contraddizione "~ A~ = A", e sottindere nelle lettere "i numeri", ma nello sviluppo degli assiomi, se non si vuol cade-re in errori matematici ("10x10=99, oppure, 10x10=101"), è necessario seguire la logica dei quattro principi enunciati.

La logica, infatti, non è estrinseca alle matematiche, ma è ad esse intrinseca e costitutiva; le due discipline si implicano l'una nell'altra, o come diceva Russell: "la logica è da paragonare al Telescopio, la matematica al microscopio"[37].

* * *

Dopo questa "divagazione" piuttosto teorica, andiamo al pensiero di De Giorgi sulle matematiche, che, mirabilmente, ne ha teorizzato tanti aspetti, ne ha considerato i legami con la Realtà universale, e ne ha scoperto tanti campi con le sue indagini.

De Giorgi riconosce che "la matematica" da sola non si regge, ma si collega necessariamente ad altre discipline e s'inquadra nella Realtà universale, cioè nel "Mistero del mondo e della vita" (come scriveva W. Dilthey a proposito della filosofia, dell'arte e della religione, che avrebbero in comune questo problema pur differenziandosi nel metodo). Sono memorabili le sue parole scritte appunto, in quell'aureo articolo sul "Valore sapienziale della matematica" (e già sopra riportate)[38].

Il Mistero (cioè il Principio assoluto e trascendente) avvolge tutto il Reale; il matematico non può non fare ricorso al Mistero e riconoscere in esso la suprema Verità e il fondamento della sua disciplina. "Incontrando una forma di mistero già nella realtà della sua scienza – afferma De Giorgi –, il matematico non può meravigliarsi di incontrarla ancora in una realtà molto più alta, come quella religiosa; perciò il fatto che la religione prevede il Mistero, gli appare condizione necessaria per la sua credibilità, piuttosto che un ostacolo ad accettarla. Si potrebbe dire che per un matematico una religione priva di mistero sarebbe evidentemente falsa".

Anche per le operazioni più semplici di matematica, osserva De Giorgi, pur costituite di passaggi finiti, come "l'addizione di due interi naturali, si è costretti a parlare dell'insieme infinito dei numeri naturali".

> Ogni volta che si vuole descrivere un sistema formale di una certa potenza, si ha bisogno di una potenza un po' superiore. Chi studia la matematica sa che ci sono diversi livelli di infiniti; ebbene, i discorsi sugli infiniti "più piccoli" si possono bene inquadrare solo se si ha fiducia negli infiniti più grandi, così come la fiducia nella parte finitistica della matematica è legata alla fiducia nella parte infinitistica![39]

De Giorgi è d'accordo con Kurt Goedel della impossibilità di un'"autodescrizione" e di un'"autogiustificazione" della matematica:

> mentre le più recenti ricerche matematiche portano a rivalutare una concezione realistica della conoscenza (corrispondenza fra concetti o proposizioni razionali e realtà), dall'altra mettono in evidenza gravi difficoltà logiche che ostacolano la formulazione di sistemi capaci di una completa autodescrizione. In matematica, sistemi logico-formali che

comprendono fra le proprie categorie la negazione, non possono essere autodescrittivi[40].

Abbiamo visto come il tentativo di Hilbert di un'autofondazione e di un'autodescrizione della matematica – pur lasciandola priva di riferimenti semantici e di applicazioni operazionali, è insostenibile: essa fa capo alla "logica", cioè alle leggi significative del pensiero; ma queste, pur con tutta la loro evidenza immanente, richiedono "la fede nel valore del pensiero umano". La loro applicazione alla realtà sensibile richiede un postulato ancora più ampio: che questa sia di struttura razionale, rispetti cioè le leggi dell'essere.

La matematica, come è evidente, perché abbia un valore operazionale e funzionale, è legata all'"intero sistema del Reale", che fa capo a problemi metafisici e teologici[41]. Ma "il postulato" "che l'essere sia razionale" oltre a costituire un presupposto indimostrabile, non potendo noi andare oltre "il pensiero", che non abbraccia "tutto l'essere" ma soltanto il campo della nostra esperienza conoscitiva, si trova di fronte a un problema più radicale: "Perché c'è l'essere, perché c'è il mondo e non piuttosto il Nulla"? È questo un problema metafisico che esorbita da tutte le scienze particolari e richiede il passaggio alla metafisica: qual è il Principio del reale e dell'esistenza del mondo? Un grande astronomo attuale, Stephen Hawking, ammette che la scienza parte dal Big-Bang, ma l'esistenza del Big-Bang è "un fatto" che la scienza accetta senza poter indicare la ragione della sua esistenza.

Ma perché non si ritenga che De Giorgi abbia smorzato l'ardore della sua ricerca e si sia rifugiato nel "misticismo" e nel "fideismo" è necessario dare almeno "un elenco ristretto" dei campiestesi e molteplici della sua opera scientifica: "un elenco ristretto" diciamo. Chi voglia conoscere la grandiosità e l'imponenza delle sue teorie matematiche deve seguirlo in tutta la sua bibliografia[42].

È necessario anzitutto premettere la concezione che egli aveva delle varie "dimensioni" delle matematiche e delle applicazioni nei più sconfinati campi del reale e delle scienze umane[43]. Circa il primo problema, oltre a riportare la matematica per "la via sapienziale" alla Mente divina, scriveva:

> Gli "enti matematici" possono essere considerati da tre punti di vista. Un primo punto di vista è quello secondo cui gli enti matematici esistono in sé, cioè ad esempio, esistono effettivamente l'insieme di tutti i numeri interi, l'insieme di tutte le rette, dei cerchi, dei quadrati. Un secondo punto di vista concerne gli oggetti fisici che rappresentano gli enti matematici. Un terzo punto di vista riguarda poi il mondo delle formule, degli assiomi, del linguaggio tecnico mediante il quale questi enti vengono descritti. Questi tre mondi sono strettamente collegati fra loro ma non sono la stessa cosa[44].

Ennio De Giorgi s'impose all'attenzione internazionale dei matematici già nel 1955 con la risoluzione del "XIX Problema di Hilbert", una memoria pubblicata dall'Accademia delle Scienze di Torino ("una pubblicazione non periodica e di scarsa diffusione"), dal titolo "Sulla differenzialità e l'analiticità delle estremali degli integrali multipli regolari". Era uno dei 23 problemi che Hilbert propose nel Congresso di matematici a Parigi nel 1900, rappresentativi della sua visione del futuro sviluppo della matematica nel XX secolo. La soluzione del problema è ritenuta affermativa da De Giorgi nel caso di una equazione; la risposta negativa invece nel caso di sistemi di equazioni[45].

Nelle pagine 17-38 di *Ennio De Giorgi: hanno detto di lui*, alcuni Professori tracciano un profilo biografico di Ennio De Giorgi, un resoconto della sua opera scientifica per alcuni importanti contributi, nonché i principi di assiomatizzazione delle matematiche; preferiamo rilevare alcuni temi della relazione di J. L. Lions ed E. Murat, delle *Societé Mathematique de France* (nelle pp. 55-58 del volume citato).

> Uno dei primi problemi che attrasse l'interesse di De Giorgi – scrivono i predetti studiosi – è costituito dal "calcolo delle variazioni", a iniziare dalle superfici minime, dimostrando un impegno particolare nella teoria della "misura geometrica" esposta dal grande matematico Renato Caccioppoli in una conferenza nel 1954 a Roma, presentando una "alternativa" alla teoria dell'anziano docente. Continua le sue ricerche sulle "teorie geometriche della misura". Formula una definizione rigorosa del perimetro di un insieme borelliano e applica questa nozione allo studio delle superfici minime *n*-dimensionali del teorema classico di Bernstein: se $n \leq 8$, le sole soluzioni minime complete di R^n sono le iperpiano. Nel 1969 dimostrò, in collaborazione con E. Bombieri e E. Giusti, che se $n \geq 9$, questo risultato è falso.
>
> Negli anni '80 ritornò sul calcolo delle variazioni introducendo lo spazio S.B.V. delle funzioni a variazioni limitate speciali. Studia il calcolo delle "variazioni a discontinuità libera" (cioè la cui funzione di discontinuità non è fissata a priori), e nel 1989 dimostra l'esistenza di una funzione che minimizza nello spazio SBV la funzionale di Mumford e Schah. Successivamente egli formula un problema generale di Plateau in uno spazio metrico di dimensioni finite o infinite. La soluzione del "XIX problema di Hilbert" condusse allo sviluppo della regolarità della soluzione delle equazioni ellittiche, ed è stato onorato anche con la dicitura di "teorema di De Giorgi".
>
> Di grande importanza nell'ampliamento degli orizzonti matematici risulta "la teoria delle equazioni a derivate parziali". Andando oltre le acquisizioni di Cauchy, che si era limitato alle equazioni delle derivate parziali lineari dei tipi iperbolici a coefficienti regolari, nel 1971 De Giorgi dimostra, in collaborazione con L. Cattabriga, l'esistenza di soluzioni analitiche in ogni campo delle equazioni lineari a coefficienti costanti con un secondo membro analitico.
>
> Nel 1975 De Giorgi introduce una nuova nozione della convergenza dei funzionali, la Γ-convergenza ("Gamma convergenza") "uno strumento estremamente potente e fecondo" – commentano i matematici francesi – per lo studio dei problemi del calcolo delle variazioni – [46]. Molte centinaia di pubblicazioni – aggiungono i due matematici francesi – hanno già utilizzato queste istruzioni, il cui interesse è ancora lontano dall'essere esaurito.

I due scrittori francesi non mancano di elogiare le nobili doti di carattere e di rapporti con i colleghi e i discepoli, nonché la sua generosità nell'aprire nuovi campi, impostare le strutture e i procedimenti dimostrativi fondamentali, e lasciare a colleghi e discepoli di svilupparli. “Egli, dotato di una creatività eccezionale, attira intorno a lui – concludono i due autori – numerosi allievi, giovani e meno giovani della scuola Normale di Pisa, e di tutta l’Italia e anche dall’Estero. La sua Scuola, celebre nel mondo intero, ha influenzato profondamente le matematiche”.

Un altro suo collaboratore, E. Bombieri, dell’Università di Pisa e membro dell’Accademia dei Lincei, racconta l’avventurosa ricerca sulla “intersezione di una superficie minima con una sfera”[47]. Il risultato è la soluzione di “un modello anti-Bernstein”. Riportiamo la relazione sintetica di E. Bombieri, che con il prof. De Giorgi, ma con le intuizioni e la guida di questi, riuscirono a raggiungere il risultato. Il primo caso dove questo può avvenire è in dimensione 8, con una soluzione avente come limite all’infinito il cilindro sul cono minimo appena trovato. È quello che Ennio chiama l’anti-Bernstein. Al contrario, ogni soluzione intera è lineare in dimensione al più 7, come scoperto da Bernstein in dimensione 2; dallo stesso De Giorgi in dimensione 3, e da Simons per le dimensioni successive fino a 7. “Dopo giorni di ricerche e innumerevoli lavagnate di calcoli complicati e di verifiche, e dopo un assalto finale con De Giorgi alla testa, la soprasoluzione si arrende e l’anti-Bernstein diventa realtà”[48].

E. Bombieri prosegue nella esposizione sintetica delle conquiste matematiche di De Giorgi, che lavorava con una intera Scuola di ricercatori e di docenti: “Negli anni successivi a questi lavori De Giorgi si dedicò moltissimo ai suoi studenti e collaboratori; dando origine ad una fiorente scuola nel campo del calcolo delle variazioni, e più precisamente nella teoria degli insiemi di perimetro finito e le superfici di curvatura media costante o assegnata”.

Abbiamo voluto dare un cenno dell’attività scientifica di De Giorgi nelle matematiche. Ma la sua genialità e originalità si rivelano nella concezione della natura della matematica, della sua estensione nei vari campi e nelle relazioni che può stabilire tra le varie scienze e i livelli ontologici dell’Universo. A tal fine egli si proponeva una fondazione assiomatica di questa matematica pluridimensionale. Riporto da Bombieri nel citato articolo:

> Io credo (dice De Giorgi) che il problema degli assiomi sia anche un problema culturale a cui dovrebbero essere interessati tutti gli studiosi di discipline scientifiche e umanistiche che si rendono conto dell’importanza delle relazioni che collegano la matematica agli altri rami del sapere. Probabilmente questo collegamento è molto più profondo e complesso di quanto generalmente si crede; per esempio penso che la matematica non serva tanto all’ingegnere, al fisico, all’economista come strumento per risolvere determinati problemi, ma serva piuttosto come quadro ideale fuori dal quale non sarebbe nemmeno possibile impostare bene molte questioni di ingegneria, di fisica, di economia, ecc.[49].

Corrispondentemente anche “l’assiomatizzazione” per De Giorgi partiva dalla forma più semplice ed elementare come quella dei numeri naturali del metodo assiomatico tradizionale con “ur-elementi”, per salire alle “grandi classi”, che a loro volta possono essere “elementi” della collezione universale di tutte le collezioni (collezione V*).* Nella assiomatizzazione richiedeva il rigore della definizione dei "termini elementari" e delle operazioni di calcolo, di trasformazione, equivalenza, implicanze ecc. Il rigore poteva essere conferito dalla "formalizzazione" della logica matematica.

De Giorgi era ben consapevole però che nessuna assiomatizzazione può essere completa, neanche per l'aritmetica elementare, fondandosi questa su presupposti matematicamente indimostrabili ma derivati da altri tipi di conoscenza… "L'autodescrizione" deve estendersi alla maggior parte dei termini, dei predicati e delle operazioni possibili con la consapevolezza però dei loro limiti fondazionali, semantici e ontologici. La consapevolezza del "limite fondazionale" suggeriva a De Giorgi, oltre alla critica del "riduzionismo", "l'apertura": lo spazio per l'introduzione nei "sistemi assiomatici" di nuove specie di entità con le loro proprietà. Questa "elasticità" delle teorie matematiche suggerì a De Giorgi "Il principio di libera costruzione": "P.L.C.: è sempre possibile costruire un insieme di insiemi assegnandone liberamente gli elementi mediante una opportuna parametrizzazione"[50].

De Giorgi avanzava teorie matematiche da una parte per la rigorizzazione scendendo nei "meandri fondazionali", dall'altra parte ne allargava gli orizzonti tentando una specie di "dizionario" degli oggetti e concetti matematici, quali "qualità, predicati, variabili, relazioni, collezioni, operazioni", e apice dei suoi ideali, in campo etico e umanistico riteneva la "dichiarazione dei diritti umani" del 10, XII, 1948 "un sistema assiomatico fondamentale"[51], nonché i 10 comandamenti.

De Giorgi per un primo accostamento a questa "virtù" si allaccia al *Libro dei proverbi* e al *Libro della sapienza* propriamente detto, ricordando quel detto comune a questi due libri: "Io ero con Dio quando creava il mondo, mi dilettavo della creazione" (*Proverbi*, 8,30-31). In essi troviamo esposti tutti i campi di questa virtù, teorici e pratici: tutte le attività della vita:

> Il libro dei *proverbi* – scrive De Giorgi – passa dai proverbi che si riconducono alla vita familiare, al lavoro quotidiano, ai proverbi che parlano della giustizia, della politica, dei doveri del Re, dei doveri dei giudici, dei doveri degli anziani… Si parla anche della natura delle piante, degli animali, ma poi risale a livelli sempre più alti,

sino a riportare la "sapienza" alla mente creatrice di Dio. Essa si può definire "l'albero delle scienze": Se noi vediamo in ogni scienza uno dei rami della sapienza, allora ogni scienza ci appare in tutto il suo significato.

"La sapienza" porge a De Giorgi anche una metodologia per correggere il "frammentarismo" e i limiti connessi alla "specializzazione", indispensabile per il progresso delle ricerche, ma conducente spesso a una "chiusura" nel proprio campo, nonché al "riduzionismo". Il legame, la complementarietà, l'integrazione delle varie discipline, sono necessari non solo al progresso della ricerca scientifica, ma sono indispensabili anche allo scienziato, se non vuole isolarsi e mancare di una "visione d'insieme della realtà".

De Giorgi, uomo di fede e di profonda vita religiosa, rievoca il detto dei *Proverbi: Initium sapientiae timor Domini (Pr.1,7)*, non solo per il richiamo della “cecità dell’insipiente”, “qui dixit in corde suo, non est Deus”, e della “piega del peccato”, cui “la insipienza” potrebbe condurre[52]; “nel “timor Domini” c’è anche il riconoscimento delle proprie potenzialità, della propria dignità umana, della propria capacità di progredire”.

“La sapienza” – prosegue De Giorgi – guida alla intesa e collaborazione tra culture diverse. In campo politico internazionale, “il timor Domini”, implicito ed esplicito, ispira “la fede nella dignità e nel valore della persona umana, che è alla base della “Dichiarazione Universale dei Diritti umani” del 10 dicembre 1948[53], “espressione della sapienza” su cui bisognerebbe meditare, un tentativo onesto e generoso di spiegare ciò che in concreto nella vita politica, sociale, culturale significa la “fede nella dignità dell’uomo”, affermata nel “Preambolo della dichiarazione”: “in fondo ci dice che all’origine del diritto e della giustizia, non c’è il risultato di una indagine scientifica, ma c’è un atto di fede, e dalla fede nella dignità dell’uomo discendono tutti i diritti umani nelle loro diverse specializzazioni, diritto civile, penale, commerciale, internazionale, ecc.”[54].

De Giorgi esaltò l’istituzione dell’ONU perché la vedeva come un grande passo avanti della civiltà, e se ne fece sostenitore. Ma il suo amore per l’Umanità non si limitò alla sfera teorica; divenne un ardente sostenitore anche di *Amnesty International* per la difesa e la promozione dei diritti umani in tutti i Paesi, e fu anche rappresentante dell’Italia in questa organizzazione.

Lo scritto sul Valore sapienziale della matematica termina con una vibrante fede nella potenza dello spirito umano, brano che vogliamo riportare per intero, estendendosi in tanti campi. “(La fede) È qualcosa che mi ricorda l’antico detto, credo medievale, “*Credo ut intelligam*”. Per cominciare a capire bisogna aver fede; senza fede nell’ordine dell’Universo, non si può fare della fisica; senza fede nella libertà e nelle potenzialità dell’uomo, non si può fare etica; senza fede nella possibilità di miglioramento della società non progredisce l’organizzazione politica, economica, sociale e culturale; senza fede nella capacità e nella sensibilità degli allievi, non è possibile un buon insegnamento”[55].

Ma la fede nella grandezza e nelle potenzialità dello spirito umano non poteva raggiungere il suo apice senza la fede in Dio. “Io aggiungo – egli scrive – che per me fede vuol dire anche fede in Dio e in tutti gli articoli del Credo, di cui segnalo in particolare l’articolo che dice *aspetto la risurrezione dei morti*”.

De Giorgi si appellava alla fede, che è, secondo la definizione di S. Paolo, “sperandarum substantia rerum, argumentum non apparentium”: di fronte alla “prova suprema dell’uomo”, la ricerca del “senso della vita” e del suo destino, all’opposto di una ricaduta nell’“abisso del Nulla”, che annienterebbe ogni valore e significato della vita dedicata al progresso nel divenire storico, l’illustre pensatore si dice fiducioso che l’esistenza ha “un valore intramontabile” perché il nostro spirito nel suo corso si eleva continuamente, specialmente nel dolore, nella sofferenza, nelle persecuzioni, e in questo mondo non può raggiungere “il suo fine ultime”, che è appunto il vertice delle facoltà spirituali. “Non potrei sopportare l’idea – egli conclude – che le persone a cui ho voluto più bene siano veramente scomparse per sempre; che senza la fede nella Resurrezione di Cristo e l’attesa della Resurrezione dei morti, non saprei dare un significato alla mia vita e al mio stesso lavoro scientifico… Tutto questo per me significa la sapienza…”[56].

Così l'illustre pensatore anche di fronte al "mistero della morte" attinge la luce per un consolante fine dell'uomo. Penso che questo pensatore, grande scienziato e grande spirito, costituisca un punto di riferimento oggi per gli uomini di tutti i credo e di tutte le culture, orientando a considerare la vita nella sua umana grandezza ma anche nella meta finale, che non può essere negativa, ma corrispondente al valore dell'uomo e alla dignità del suo agire.

[1] Il prof. Ennio De Giorgi nacque a Lecce l'8 febbraio 1928 e morì a Pisa il 25 ottobre 1996. Divenuto ordinario di matematica, dopo un anno di insegnamento a Messina, dal 1959 all'anno della morte fu professore alla Scuola Superiore Normale di Pisa. Un elenco dei suoi lavori è riportato nell'opera *E. De Giorgi: hanno detto di lui*, a cura di G. De Cecco e M. L. Rosato, Quaderno n. 5/2004, Dipartimento di Matematica Un. Lecce, Edizioni Del Grifo (Lecce), p. 39 ss., p. 187 ss.

[2] *Riflessioni su Matematica e sapienza* (a cura di A. Marino e C. Sbordone), Acc. Pontaniana, Napoli, 1966, p. 171. Riportato anche da G. De Cecco, in *Visione del mondo nella storia della scienza*, IPE, Napoli, 1999, pp. 78-79. In questo volume il prof. Giuseppe De Cecco, già discepolo di De Giorgi, e attualmente docente di Geometria all'Università di Lecce, traccia un intero profilo dell'opera di Ennio De Giorgi, pp. 73-87. Noi lo abbiamo esposto in un articolo, traendo i testi dallo scritto del prof. De Cecco, in *Problemi epistemologici*, Casa editrice Leonardo da Vinci, Roma, 2003, pp. 423-439; ibidem per il pensiero di Planck, Einstein, Schroedinger. L'importante scritto del prof. De Giorgi è riportato nella Raccolta *Ennio de Giorgi. Hanno detto di lui.* Ibidem 5-2004 del Dipartimento di Matematica, Lecce; a questa edizione si riferiscono le nostre citazioni.

[3] *Riflessioni su Matematica e Sapienza*, in *Ennio De Giorgi: hanno detto di lui,* cit, p. 171.

[4] *Hamlet*, Atto I, Scena V.

[5] *Ennio De Giorgi: hanno detto di lui*, Quaderno 5/2004, Dip. Mat. Un. Lecce, p. 170.

[6] Enumera spesso le conquiste matematiche degli ultimi tempi che ci mettono in contatto con problemi metafisici. "La forza del metodo assiomatico risiede nella capacità di descrivere con chiarezza ciò che pensiamo di una realtà in gran parte sconosciuta, una specie di bussola che ci consente di navigare attraverso mari sconosciuti. Certamente neanche le più grandi scoperte di questo secolo, le più ardite teorie fisico-matematiche, la relatività generale, il *Big-Bang*, il principio di indeterminazione, gli spazi a infinite dimensioni di Hilbert e di Banachi, i teoremi di Goedel, danno una risposta alle domande fondamentali riguardanti il mondo, Dio, l'uomo. Tuttavia tali scoperte e teorie hanno avuto un grande merito: hanno liberato lo spirito umano da una concezione troppo angusta della realtà, dalle paure di tutto ciò che appare inatteso e paradossale, hanno confermato in larghissima misure le parole di Amleto (citate) "Valore sapienziale della matematica", in *Ennio De Giorgi: hanno detto di lui,* cit. p. 170.

[7] Vedi l'articolo di A. Marino in *Ennio De Giorgi, hanno detto di lui*, cit., p.114 e segg. Per la potenza del linguaggio simbolico si leggano gli scritti di Pareyson, *Ontologia della libertà: Essere, libertà, ambiguità; Esistenza e persona*, e le altre sue opere sull'arte: *Estetica dell'idealismo tedesco*, in 3 volumi; ecc.

[8] *Riflessioni su Matematica e Sapienza* in *Ennio De Giorgi: hanno detto di lui,*cit. p.165.

[9] *Riflessioni su matematica e sapienza*, cit., p. 169.

[10] Del resto "l'antica sapienza" codificata in detti dei filosofi, esprime questa verità: *omnis determinatio est negati*o: "qualunque realtà determinata si relaziona a tutto ciò che essa non è, escludendola". E. Russell istituì "la classe complementare", cioè tutte le classi, a parte una classe presa in considerazione, che la completano.

[11] *Riflessioni su matematica e sapienza*, p. 169.

[12] *Valore sapienziale della matematica*, cit., p. 169.

[13] (1862-1943), nato a Königsberg, fu considerato a suo tempo il "princeps matematicorum"; portò contributi in quasi tutti i campi della matematica superiore, nella fisica matematica, specie nella Teoria della Relatività; delineò "l'algebra funzionale" e analizzò per primo il concetto di spazio a infinite dimensioni, che porta appunto il nome "spazio hilbertiano". Per i fondamenti delle matematiche è importante in modo particolare l'articolo "On the Infinite", (1925); opere principali:

Grundlagen der Geometrie; Die Grundlagen der Elementaren. Zahlenlehre; *Grundlagen der Mathematik.* Per una breve esposizione delle sue teorie vedi la nostra *Filosofia della matematica*, capitolo XI par.5 e 6, Marzorati, Milano 1972.

[14] Per le tante oscillazioni di Hilbert sulla natura e sul metodo matematico ci permettiamo rinviare alla nostra *Filosofia della matematica*, Marzorati, Milano 1972, capitolo XI e capitolo XIV; in particolare egli riteneva che la matematica dovesse fondarsi sulle intuizioni a priori spazio-temporali di Kant, che sono un colossale errore filosofico, psicologico, scientifico, che la critica ha evidenziato; tra i critici di Kant a proposito c'è Russell, che nella sua *Storia della filosofia* lo definì un "incompetente" in matematica. Vedi anche il nostro *Il criticismo Kantiano alla luce della filosofia analitica e della scienza*, Adriatica Editrice, Bari 1976. Per una approfondita analisi dei presupposti e della lirica dell'"intuizionismo" sulle matematiche, vedi il numero 4, 2004, della *Revue Internationale dePhilosophie*, Paris-Bruxelles – dedicato a Brouwer, Heyting.

[15] È noto che i numeri possono essere equiparati a "classi", con "variabili" progressive in relazione alla progressione numerica, e le variabili possono essere di vario tipo: fisiche, elettromagnetiche, enti naturali, persone.

[16] 1906-1978.

[17] La dimostrazione di Goedel è espressa nell'articolo "Ueber formal unentscheidbare Sätze der Principia mathematica und verwandter Systeme"; è stato ampliamente commentato da E. Nagel e da J.B.Newmann, in *Goedel's Proof*, New York, 1958; (*La prova di Goedel*), trad. it., Boringhieri, Torino, 1961. L'abbiamo esposto in *Filosofia della matematica*, cap. XIV, p.287 ss.

[18] "On the infinite", cit. p.137; riguardo a questo problema Hilbert si associa alla prima opinione di Einstein, dell'Universo sferico illimitato, poi abbandonata dall'autore della Relatività generale. Gli astronomi attuali, Barrow, Penrose, Hawking, … non si pronunziano circa questo problema, attenendosi ai dati delle ricerche sperimentali.

[19] Ricordiamo che in matematica "numeri naturali" sono detti quelli i cui "soggetti", o "membri" o "variabili" sono considerati "indivisibili" nelle loro "unità costitutive"; numeri reali o "razionali" quelli tra i cui "intervalli" (tra 1 e 2 ad es.), o nella stessa unità si ammettono termini frazionari ?, 1/3, … che vanno all'Infinito.

[20] Si ricordi che N. Malebranche aveva detto di Dio "l'Essere infinito" con infinite perfezioni, ciascuna delle quali deve essere elevata all'Infinito; vedi il nostro *Sulle tracce di Dio*, ESI, Napoli 1999, cap. XXIV; e S. Agostino aveva già proposto "la serie infinita di infiniti l'uno maggiore dell'altro": "et sunt infinita alia aliis, maiora", seguito in ciò dagli Scolastici, che si schieravano contro Aristotele che non ammetteva "l'infinito in atto", ma solo in potenza. Cantor, come egli dice esplicitamente, ha dedotto "l'infinito numerico in atto" della Mente divina, nella quale tutta la verità è in atto e, di conseguenza "il numero infinito" nella mente divina è in atto.

[21] Si tengano presenti i cinque postulati "degli interi" di Peano; vedi nella nostra *Filosofia della matematica*, p. 41.

[22] Hilbert, che per un lungo periodo aderì alla concezione kantiana dell'aritmetica e della geometria fondata sulla intuizione a priori dello spazio e del tempo, analogamente con Kant riteneva che "l'infinito" fosse una "idea regolativa della mente", quindi né "un dato dell'esperienza" né una costruzione razionale. In quel periodo aderiva alla concezione delle matematiche come "sintesi a priori": intuizioni pure di spazio e tempo e percezioni sensibili. Tesi espressa anche nell'articolo citato "On the infinite", p. 142 ss.

[23] Art. cit., p. 143.

[24] Vedi la nostra *Filosofia della matematica*, cit., p. 200.

[25] Ad es., il postulato di induzione di Peano, "ogni numero ha il suo successore", che non è un principio logico-aristotelico ma un principio logico-ideale, o una "intuizione razionale". Tale è anche qualunque formula algebrica che si estende a un numero illimitato di variabili. Le difficoltà, e le contraddizioni, che s'incontrano nei vari sistemi, intuizionista, logicista, concettualista, formalista, nominalista, …dipendono dalla non ancora raggiunta concezione delle matematiche quali "costruzioni ideali o razionali", valide fondamentalmente per "il pensiero intenzionale" e ipoteticamente o come "modelli" per realtà di qualunque ordine: fisico, economico, tecnologico.

[26] Circa il passaggio e la implicazione della logica nelle matematiche, anche se solo dal punto di vista formale, egli accetta i principi classici, di non contraddizione, di identità, e ovviamente l'assioma di induzione completa matematico "n + 1".

[27] Ed è precisamente quanto volevasi ricercare, poiché "i transfiniti" di Cantor non hanno un si-

gnificato “sperimentale” (o non quello soltanto: es. quanti sono “i quanti di energia dell’Universo”, o i loro “sottoprodotti”, se la scienza riuscirà a scoprirli; quanti sono i millimetri (e i sotto multipli) dell’estensione dell’Universo; i secondi, e i loro divisori infinitesimali, della durata dell’Universo? Chi può azzardare queste cifre, se l’universo, ai dati dell’astronomia attuale, non è ipotizzabile nella sua estensione spaziale, e nella sua durata futura, dopo i 15 miliardi di anni dopo il Big-Bang? Già S. Agostino, che riconosce all’uomo un potere divino nella conoscenza, nel capitolo 17, n. 46 del II libro del *De Ordine* afferma che questi problemi sono irresolubili dall’uomo.

[28] Si ricordi la sua dipendenza dall’intuizione delle forme pure a priori spazio-temporali di Kant, che possono dar luogo solo a “giudizi sintetici a priori”, cioè costituiti dalla forma pura e della percezione sensibile; “l’infinito”, sia numerico, sia di altro genere, ontologico, esorbita da questi “schemi”.

[29] “On the Infinite”, cit., p. 150.

[30] In linguaggio formale: S ->T/T

[31] Era il pregiudizio razionalistico-illuministico, di lontana genesi cartesiana, che riteneva vero e valido solo ciò che è dimostrabile con i criteri della ragione umana, ridotti ai canoni logico-matematici. Senza tener conto che lo stesso Descartes aveva abiurato a questo metodo, ritenendo che anche “la chiarezza e precisione matematica”, come altresì tutto “il mondo esterno” potrebbero essere determinati nella nostra psiche da “uno spirito ingannatore”, e si rifugiava per la validificazione dell’uno e dell’altro campo di conoscenze nella “veracità di Dio”, che non può permettere una illusione permanente della nostra conoscenza, ma deve aver “raccordato” le leggi del pensiero alle leggi dell’essere.

[32] Per una loro trattazione più ampia e descrittiva rinviamo al nostro volume *Sulle tracce di Dio*, E.S.I., Napoli 1999, capitolo VIII.

[33] Si applica, bene interpretato, anche alla “identità personale”, che è la stessa in tutto il suo corso storico, e si può applicare anche a Dio, che è se stesso e non altro da sé ed è unico.

[34] Potere umanamente inaccessibile l’uno e l’altro, ma l’unico potere che può aver dato origine al mondo, altrimenti vi sarebbe stato “l’eterno Nulla”. Vedi in G. Duns Scoto l’analisi di questi principi, di cui fu l’energico difensore e l’acuto teorizzatore, in *Introduzione al pensiero di G. Duns Scoto*, Editori Levante, Bari 1994.

[35] “Il principio di ragione sufficiente” è postulato anche dalle matematiche infinitiste, che si reggono appunto sulla progressività ideale dei numeri all’infinito ($n + 1$), e in ultima analisi sull’Essere infinito, non limitato nel conoscere e nell’operare.

[36] Ci limitiamo a questi quattro principi della logica a due dimensioni, pur richiedendone questa altri, es. principio dell’uguaglianza, della parte e del tutto, …, mentre altri tipi di logica, es., probabilistica, circolare, statistica, temporale, oscillatoria, …, richiedono principi più specifici e complicati.

[37] Lo slogan però viene “scavalcato” sia dalle matematiche infinitiste, sia dalla “logica matematica”, che deve fornire alle matematiche “i concetti” dei numeri. L’implicazione di queste due discipline viene alla luce quando si vuol penetrare “la natura delle matematiche” che è di carattere intellettuale, intenzionale, ideale, e conferisce loro valore “ideo-logico”: di ogni numero e verità matematica fa una idea eterna, universale, indistruttibile: “una idea platonica”, non esistente in sé e per sé nel mondo iperuranio, ma “nel terzo mondo” di Popper, la scienza oggettivata nei trattati; ma più a fondo nella Mente divina. Questa corrente matematica va sotto il nome di “platonismo”, ma criticamente inteso. Vedi la nostra *Filosofia della Matematica*.

[38] “Valore sapienziale della matematica”, cit., p. 171.

[39] Ibidem.

[40] Op. cit., pp. 171-172.

[41] Hegel ben vide che “la Realtà è dialettica”: tutta connessa e relazionata; il suo errore però fu quello di ritenere che il suo “sistema” esaurisse la dialettica, logica e ontologica, e costituisse “il pensiero di Dio stesso”, la sua “autorivelazione”.

[42] È riportata in *Ennio De Giorgi, hanno detto di lui*, cit., p. 39 ss; ben 149 pubblicazioni dal 1950 al 1996; nell’opera predetta amici e discepoli ne hanno illustrato con quadri riassuntivi molti aspetti.

[43] Circa la presenza delle strutture matematiche in tutte le realtà della Natura, egli in conformità dell’aforisma di Galilei (1564-1642), che “il grandissimo libro dell’Universo… è scritto in linguaggio matematico”, con alata sensibilità di poeta scriveva: “C’è un atteggiamento scientifico che percorre tutta la matematica: l’idea di cogliere qualche elemento in quelle che chiamerei le “strutture nascoste” delle cose, nella fiducia, o, per chi lo preferisce, nella finzione, che esista davvero una

struttura nascosta da indagare… Si tratta di quella struttura costituita da certi enti logici, e in particolare matematici, che ci permettono di capire qualcosa del grandissimo libro della Natura…”. In *Riflessioni su Matematica e sapienza*, cit. *E. De Giorgi, hanno detto di lui*, cit., pp. 116-117.

[44] In “Riflessioni su Matematica e sapienza”, cit., p.117.

[45] Su questo argomento vedi l’illustrazione che ne presenta E. Bombieri, in *Ennio De Giorgi: hanno detto di lui*, pp. 59-61.

[46] In questo campo vedi la sua opera del 1983; “Recenti sviluppi della Γ- convergenza in problemi ellittici, parabolici e iperbolici”.

[47] *Hanno detto di lui*…, cit., pp. 59-67.

[48] Ivi, pp. 63-64.

[49] Ivi, pp. 66.

[50] Vedi: Ivi, p. 35.

[51] Ivi, p.37.

[52] Non è il caso di richiamare il pensiero di Socrate, che “il male è causato dalla ignoranza” e la virtù dalla sapienza, appunto.

[53] Ispirata e promossa da un filosofo cattolico, J. Maritain, teorizzatore del “personalismo comunitario” e del diritto internazionale, sotto il regime delle dittature nazista e comunista (1936).

[54] Op. cit., p. 174 – Sulla dottrina della “sapienza” nell’antica Grecia vedi il recente articolo di M. Marin in *Salesianum*, n.2, 2006, e per una trattazione sistematica F. Reale, *Radici culturali e spirituali dell’Europa*, Ed. Mondo libri, Milano 2003.

[55] Op. cit., pp. 174-175.

[56] Ivi, p. 175.