Introduzione. -

Sia M una varietà differenziabile di classe C^∞ e di dimensione n. Si indichi con $\mathfrak{F}$ l'algebra delle funzioni reali differenziabili su M, con $\mathfrak{X}$ l'$\mathfrak{F}$-modulo dei campi vettoriali differenziabili, con $\mathfrak{T}^r_s$ ($(r,s)\in N^2$) l'$\mathfrak{F}$-modulo dei campi tensoriali differenziabili di specie (r,s), con $\mathfrak{T} = \bigoplus_{r,s=0}^{\infty} \mathfrak{T}^r_s$ l'algebra dei campi tensoriali differenziabili e con $\mathfrak{D}$ l'$\mathfrak{F}$-modulo (algebra di Lie su R) delle derivazioni di $\mathfrak{T}$.

In un precedente lavoro [5] si è introdotta la definizione di pseudoconnessione lineare di specie (r,s) come generalizzazione della nozione di pseudoconnessione lineare: una *pseudoconnessione lineare* Γ *di specie* (r,s) su M è definita da un $\mathfrak{F}$-omomorfismo

$$D : T \to D_T \qquad \text{di} \qquad \mathfrak{T}^r_s \quad \text{in } \mathfrak{D} .$$

Indicato con $\mathfrak{L}^r_s$ il modulo degli $\mathfrak{F}$-omomorfismi di $\mathfrak{T}^r_s$ in $\mathfrak{D}$, per ogni $D \in \mathfrak{L}^r_s$ si definisce un campo tensoriale A di specie $(s+1,r)$, considerato come applicazione di $\mathfrak{T}^r_s \times \mathfrak{F}$ in $\mathfrak{F}$, ponendo per ogni $T \in \mathfrak{T}^r_s$ e per ogni $f \in \mathfrak{F}$ $A(T,f) = D_T f$.

Alcune proprietà di tali pseudoconnessioni utili per il seguito sono le seguenti:

i) Per definire una pseudoconnessione lineare di specie (r,s) occorre e basta assegnare un campo tensoriale $A \in \mathfrak{T}^{s+1}_r$ e un'applicazione $\mathfrak{F}$-lineare $B : T \to B_T$ di $\mathfrak{T}^r_s$ nell'$\mathfrak{F}$-modulo degli R-endomorfismi di $\mathfrak{X}$ tale che sia soddisfatta la seguente proprietà

$$B_T(fX) = f\, B_T X + A(T,f)X \qquad \forall f\in\mathfrak{F},\ \forall X\in\mathfrak{X},\ \forall T\in\mathfrak{T}^r_s .$$

ii) Se Γ è una pseudoconnessione lineare di specie (r,s) definita da $D \in \mathcal{L}^r_s$ e se U è un aperto di M, esiste un'unica pseudoconnessione lineare di specie (r,s) Γ_U su U tale che

$$(D_T K)_{|U} = (D_U)_{T_{|U}} (K_{|U}) \qquad \forall T \in \mathcal{T}^r_s,\ \forall K \in \mathcal{T}.$$

Inoltre se (U,ϕ) con $\phi = (x^1,\dots,x^n)$ è una carta locale di M, si chiamano *componenti* di Γ rispetto (U,ϕ) le funzioni $A^{j_1 \dots j_s h}_{i_1 \dots i_r}$ e $\Gamma^{j_1 \dots j_s h}_{i_1 \dots i_r k}$ definite nel modo seguente:

$$(D_U)_{e^{j_1 \dots j_s}_{i_1 \dots i_r}} x^h = A^{j_1 \dots j_s h}_{i_1 \dots i_r} \quad , \quad (D_U)_{e^{j_1 \dots j_s}_{i_1 \dots i_r}} e_k = \Gamma^{j_1 \dots j_s h}_{i_1 \dots i_r k}\, e_h$$

$$\text{con } e_h = \frac{\partial}{\partial x^h} \quad , \quad e^{j_1 \dots j_s}_{i_1 \dots i_r} = e_{i_1} \otimes \dots \otimes e_{i_r} \otimes e^{j_1} \otimes \dots \otimes e^{j_s} .$$

In questa nota si espongono alcune proprietà delle pseudoconnessioni lineari di specie (r,s) Precisamente nel §. 1 si introduce la nozione di pseudoderivata covariante, di pseudodifferenziale covariante e si definisce un campo tensoriale a carattere torsionale; nel § 2 vengono dimostrati alcuni teoremi di esistenza e di estensione; nel § 3 infine vengono studiati gli omomorfismi di $\mathcal{L}^r_s$ in $\mathcal{L}^h_k$ e se ne trovano alcune proprietà.