

$$3.I \quad y_{n+3} = y_{n+2} + (E - 2hf'_{n+2} + \frac{h^2}{2} f''_{n+2})^{-1} (y_{n+2} - y_{n+1} - h^2 f'_{n+2} f_{n+2})$$

$$3.II \quad y_{n+4} = y_{n+2} + 2(E - \frac{5}{8} h f'_{n+3} + h^2 (\frac{1}{8} f''_{n+3} - 2h f'_{n+2}))^{-1} (y_{n+3} - y_{n+2} - h^3 (f_{n+3} - f_{n+1}) - \frac{h^2}{8} f'_{n+3} f_{n+2}).$$

§ 5. Risultati numerici.

Sono stati applicati i metodi 3.I e 3.II a due sistemi stiff

$$S1 \quad \begin{cases} y_1' = -2000 y_1 + 1000 y_2 + 1000 & y_1(0) = 0 \\ y_2' = y_1 - y_2 & y_2(0) = 0 \end{cases}$$

$$S2 \quad \begin{cases} y_1' = 0.01 - [1 + (y_1 + 1000)(y_1 + 1)] [0.001 + y_1 + y_2] & y_1(0) = 0 \\ y_2' = 0.01 - (1 + y_2^2)(0.01 + y_1 + y_2) & y_2(0) = 0 \end{cases}$$

I risultati sono stati confrontati con la soluzione teorica per il sistema S1 e con la soluzione numerica ottenuta applicando un metodo Runge-Kutta del quarto ordine con $h = 0.0002$, per il sistema S2.

I metodi hanno dato buoni risultati.

Nelle tabelle 1,2 sono riportati i risultati numerici ottenuti con il metodo 3.I e 3.II applicati al sistema S1.

Tutti i valori sono moltiplicati per 10.

Nelle tabelle 3,4 vi sono gli analoghi risultati relativi al sistema S2.

*Accettato per la pubblicazione su
proposta del Prof. Donato TRIGIANTE*

Punto finale	Soluzione teorica	h=0,01	h=0,025	h=0,05	h=0,1	h=0,5
0.5	6.10380 2.20955	6.10410 2.21015	6.10471 2.21098	6.10564 2.21223	6.10591 2.21421	
1.0	6.96545 3.93242	6.96638 3.93428	6.96774 3.93699	6.97009 3.94125	6.97384 3.94884	6.98533 3.97214
1.5	7.63654 5.27426	7.63818 5.27755	7.64059 5.28236	7.64454 5.29005	7.65140 5.30428	7.68404 5.36926
2.0	8.15922 6.31936	8.16150 6.32392	8.16486 6.33063	8.17032 6.34147	8.18060 6.36188	8.23491 6.47068
2.5	8.56631 7.13334	8.56909 7.13890	8.57319 7.14711	8.57989 7.16045	8.59249 7.18588	8.66667 7.33404
3.0	8.88337 7.76730	8.88649 7.77354	8.89111 7.78279	8.89867 7.79788	8.91326 7.82691	9.00310 8.00668
3.5	9.13031 8.26106	9.13362 8.26769	9.13854 8.27752	9.14661 8.29364	9.16215 8.32485	9.26347 8.52733
4.0	9.32264 8.64563	9.32601 8.65237	9.33103 8.66240	9.33928 8.67890	9.35541 8.71103	9.46360 8.92746
4.5	9.47244 8.94515	9.47577 8.95180	9.48072 8.96171	9.48890 8.97805	9.50486 9.01006	9.61617 9.23255

Tab. 1. - Risultati ottenuti mediante il metodo 3.1 applicato al sistema S1.

Punto finale	Soluzione teorica	h=0.01	h=0.025	h=0.05	h=0.1	h=0.5
0.5	6.10380 2.20955	6.10380 2.20955	6.10381 2.20956	6.10381 2.20960	6.10023 2.20981	
1.0	6.96545 3.93242	6.96545 3.93242	6.96546 3.93244	6.96556 3.93260	6.96605 3.93366	
1.5	7.63654 5.27426	7.63654 5.27427	7.63656 5.27431	7.63670 5.27463	7.64071 5.27689	7.69854 5.35862
2.0	8.15922 6.31936	8.15922 6.31937	8.15925 6.31943	8.15951 6.31992	8.16132 6.32348	8.26172 6.52416
2.5	8.56631 7.13334	8.56631 7.13334	8.56635 7.13343	8.56667 7.13407	8.56688 7.13889	8.71752 7.47459
3.0	8.88337 7.76730	8.88337 7.76731	8.88343 7.76741	8.88383 7.76820	8.88674 7.77415	9.12259 8.24609
3.5	9.13031 8.26106	9.13031 8.26107	9.13038 8.26119	9.13082 8.26210	9.13599 8.26901	9.45356 8.86919
4.0	9.32264 8.64563	9.32265 8.64564	9.32271 8.64577	9.32322 8.64678	9.32712 8.65447	9.68499 9.36937
4.5	9.47244 8.94515	9.47244 8.94516	9.47252 8.94530	9.47305 8.94638	9.47588 8.95467	9.86514 9.76788

Tab. 2 - Risultati ottenuti mediante il metodo 3.II applicato al sistema Sl.

Punto finale	Soluzione con R.Kutta	h=0.01	h=0.1	h=0.5
1.0	-0.019949 0.009969	-0.019954 0.009974	-0.019950 0.009970	-0.019949 0.009969
2.0	-0.029928 0.019949	-0.029938 0.019959	-0.029929 0.019950	-0.029927 0.019948
3.0	-0.039907 0.029928	-0.039923 0.029943	-0.039908 0.029929	-0.039904 0.029924
4.0	-0.049886 0.039907	-0.049906 0.039927	-0.049886 0.039907	-0.049876 0.039897
5.0	-0.059865 0.049886	-0.059890 0.049911	-0.059864 0.049885	-0.059845 0.049866
6.0	-0.069843 0.059865	-0.069873 0.059895	-0.069840 0.059861	-0.069809 0.059830
7.0	-0.079821 0.069843	-0.079856 0.069878	-0.079814 0.069836	-0.079766 0.069788
8.0	-0.089799 0.079821	-0.089838 0.079860	-0.089787 0.079809	-0.089716 0.079738
9.0	-0.099777 0.089799	-0.099820 0.089843	-0.099758 0.089780	-0.099658 0.089680
10.0	-0.109754 0.099776	-0.109802 0.099824	-0.109727 0.099749	-0.109591 0.099613

Tab. 3 - Risultati ottenuti mediante il metodo 3.1 applicato al sistema 52

Punto finale	Soluzione con R.Kutta	h=0.01	h=0.1	h=0.5
1.0	-0.01994936 0.00996972	-0.01994937 0.00996974	-0.01995099 0.00997165	
2.0	-0.02992867 0.01994925	-0.02992870 0.01994927	-0.02993331 0.01995348	-0.03003245 0.02005153
3.0	-0.03990776 0.02992855	-0.03990778 0.02992857	-0.03991373 0.02993490	-0.04010797 0.03013235
4.0	-0.04988662 0.03990763	-0.04988660 0.03990761	-0.04989509 0.03991579	-0.05019538 0.04021080
5.0	-0.05986524 0.04988647	-0.05986514 0.04988636	-0.05987458 0.04989604	-0.06025908 0.05028782
6.0	-0.06984361 0.05986506	-0.06984337 0.05986483	-0.06985426 0.05987555	-0.07034883 0.06036097
7.0	-0.07982171 0.06984340	-0.07982129 0.06984297	-0.07983241 0.06985421	-0.08039946 0.07043220
8.0	-0.08979954 0.07982147	-0.08979886 0.07982079	-0.08981006 0.07983191	-0.09048869 0.08049795
9.0	-0.09977709 0.08979926	-0.09977607 0.08979824	-0.09978632 0.08980853	-0.10052498 0.09056138
10.0	-0.10975435 0.09977677	-0.10975290 0.09977532	-0.10976159 0.09978398	-0.11061085 0.10061763

Tab. 4 - Risultati ottenuti mediante il metodo 3.II applicato al sistema 52.