IL PRIMO GRUPPO DI OMOTOPIA REGOLARE DEI GRAFI FINITI ORIENTATI[1]

SUMMARY.- *The first regular homotopy group of a finite connected directed graph G is isomorphic to a quotient group of suitable sequences of vertices in G. We show how to construct such a group and determine it for tournaments with few vertices.*

PREMESSA.-Analogamente a quanto è stato fatto in [1] per i grafi non orientati, ricaviamo qui alcune proprietà del primo gruppo di omotopia regolare dei grafi orientati, $Q_1(G)$; salvo esplicito avviso consideriamo quindi sempre grafi orientati.

Proviamo in un primo momento che ogni 1-cammino regolare può identificarsi con una classe di opportune successioni di vertici in G.

Successivamente vediamo che il gruppo (G,v) delle classi di successioni considerate, isomorfo a $Q_1(G,v)$, può essere ricostruito con un metodo abbastanza semplice; con tale metodo calcoliamo il primo gruppo di omotopia regolare di alcuni "tournaments" e proviamo alcune proprietà di $Q_1(G,v)$.

1. Indicheremo con G un grafo finito orientato e connesso (nel senso che il corrispondente grafo non orientato $\hat{G}$ è connesso) privo di lacci, cioé $G = \mathcal{V}(G) \cup \mathcal{L}(G)$ con $\mathcal{V}(G)$ insieme dei vertici ed $\mathcal{L}(G) \subseteq \mathcal{V}(G) \times \mathcal{V}(G)$ insieme dei lati orientati.

Scriveremo $u \rightarrow v$ o $v \leftarrow u$ per indicare che $(u,v) \in \mathcal{L}(G)$ se $u,v \in \mathcal{V}(G)$; scriveremo anche $u \rightarrow v$ o $v \rightarrow u$ se $u=v$ e $u \not\rightarrow v$ se $(u,v) \notin \mathcal{L}(G)$.

Un circuito di G lo diremo irriducibile se non esistono due vertici non consecutivi del circuito congiunti da un lato. Chiameremo ciclo ogni circuito triangolare non transitivo cioé tale che se u,v,w sono i vertici del circuito si abbia $u \not\rightarrow w$, $w \not\rightarrow v$ e $v \not\rightarrow u$ oppure $u \not\rightarrow v$, $v \not\rightarrow w$ e $w \not\rightarrow u$.

<u>DEFINIZIONE</u> 1.- <u>Si dice ammissibile ogni successione</u> $s = v_0 v_1 \dots v_{2n}$

---

(1) Lavoro eseguito nell'ambito del GNSAGA del CNR.

Classificazione per soggetto AMS (MOS) 1975 55E05