I BI-IDEALI NEI SEMIGRUPPI REGOLARI E NEGLI ORTOGRUPPI.

Introduzione.

Il concetto di bi-ideale, che generalizza quello classico di ideale, è stato introdotto nel 1952 da Good e Hughes e si è in seguito rivelato molto utile.

Infatti vari autori (Lajos, Steinfeld, Kuroki, Szàsz,....) hanno riproposto uno studio più approfondito dei semigruppi regolari e loro sottoclassi attraverso i bi-ideali, ottenendo tra l'altro delle interessanti caratterizzazioni.

Recentemente Steinfeld [10] ha dimostrato che la completa regolarità di un semigruppo è sufficiente a garantire la completa regolarità di ogni suo bi-ideale. In questo lavoro si dimostra invece che la regolarità di un semigruppo non è sufficiente a garantire la regolarità di ogni suo bi-ideale.

Si prova inoltre che esiste un isomorfismo tra i semigruppi $\mathcal{B}(S)$ e $\mathcal{B}(S/\mathcal{H})$ dei bi-ideali di S e $S/\mathcal{H}$, quoziente di S rispetto alla relazione di Green $\mathcal{H}$, ove S sia un semigruppo regolare ed $\mathcal{H}$ sia una congruenza.

Spesso i citati autori hanno utilizzato il semigruppo $\mathcal{B}(S)$ dei bi-ideali di S per caratterizzare alcune classi di semigruppi. Analogamente qui si perviene a delle caratterizzazioni di alcune sottoclassi di ortogruppi mediante proprietà di $\mathcal{B}(S)$, caratterizzazioni che tra l'altro evidenziano il legame esistente tra $\mathcal{B}(S)$ e la banda E degli idempotenti dell'ortogruppo S; in particolare si è provato che esiste un isomorfismo tra $\mathcal{B}(S)$ e $\mathcal{B}(E)$.

DEFINIZIONE 1 - Un sottosemigruppo $\mathcal{B}(\neq \emptyset)$ di un semigruppo S si dice <u>bi-ideale</u> di S se $BSB \subseteq B$.

E' noto che se S è regolare $BSB = B$, per ogni bi-ideale B di S.

<u>TEOREMA 1</u> -

Se ogni bi-ideale principale di un semigruppo S è regolare, allora S è completamente regolare.

<u>Dim.</u>

Sia a un elemento di un semigruppo S, si consideri il bi-ideale principale