vallo temporale fra eventi che avvengono nello stesso luogo per l'osservatore K, apparirà dilatato di un fattore γ per l'osservatore K' e viceversa.

Come conseguenza dei risultati ottenuti si trova che $v = v'$. Infatti dalle relazioni:

$$v = \frac{AB|K}{t(E_1)\ t(E_3)} \ ; \ v' = \frac{A'B'|K'}{t'(E_1)\ t'(E_2)}$$

se A B e A'B' hanno la stessa lunghezza di quiete, poiché i segmenti temporali $t(E_1)\ t(E_3)$ e $t'(E_1)\ t'(E_2)$ hanno pure, come si è visto, la stessa lunghezza di quiete, in virtù delle (7) e (11) si ha appunto:

(12) $$v = v'.$$

Nel numero successivo si dimostrerà che, come consequenza della (11) e del postulato 2), la velocità della luce ha lo stesso valore in tutti i riferimenti inerziali. Si può dire fin d'ora che questo fatto è evidente per la (11) e per motivi di simmetria, stante il significato fisico della velocità della luce.

10. INDIPENDENZA DELLA VELOCITA' DELLA LUCE DAL RIFERIMENTO. CALCOLO DI γ.

Si consideri il segmento A'B' c K'. In A' sia collocata una sorgente luminosa; in B' sia collocato uno specchio che possa riflettere la luce verso A'.

Sia $\ell' = A'B'|_{K'}$. Il tempo $\Delta t'$ impiegato da un raggio luminoso per effetturare il percorso A'B'A' (nell'ipotesi che la riflessione sia istantanea) è:

$$\Delta t' = \frac{2\ell'}{c'}$$

I due eventi, di partenza e di arrivo del raggio, per l'osservatore K' avvengono nello stesso punto; in altri termini $\Delta t'$ è un intervallo di tempo proprio in K'. In K il segmento temporale fra i due eventi è:

$$\Delta t = \gamma \Delta t'$$

ossia

$$\Delta t = \frac{2\gamma \ell'}{c'}$$

Ma A'B' e in quiete in K' e quindi risulta:

$$\ell' = A'B'|K' = \gamma A'B'|K = \gamma \ell$$

$(\ell = A'B'|K)$.

e, in definitiva:

$$\Delta t = \gamma^2 \frac{2\ell}{c'} \quad . \tag{13}$$

D'altra parte il tempo Δt intercorso per l'osservatore K, fra la partenza e il ritorno del raggio si può calcolare in modo analogo a quanto si è fatto a pagg. 17-18.

Per andare da A' a B' il raggio deve percorrere il tratto ℓ, aumentato del tratto $v\Delta t_{B'}$, di cui si è spostato il punto B' rispetto a K. Si ha quindi:

$$c\,\Delta t_{B'} = \ell + v\Delta t_{B'}$$

ossia:

$$\Delta t_{B'} = \frac{\ell}{c-v} \quad .$$

Nel ritornare in A' il raggio percorre il tratto ℓ diminuito del tratto $v\Delta t_{A'}$, di cui si è spostato A' fra l'istante in cui il raggio ha lasciato B' e l'istante in cui esso ha raggiunto A'. Si ha così:

$$c\Delta t_{A'} = \ell - v\,\Delta t_{A'}$$

ossia:

$$\Delta t_{A'} = \frac{\ell}{c+v}$$

Infine

$$\Delta t = \frac{\ell}{c+v} + \frac{\ell}{c-v} = \frac{2\ell c}{c^2-v^2}$$

Confrontando con la (11) si ha:

$$\gamma^2 = \frac{c'c}{c^2-v^2} . \tag{14}$$

Si scambino ora i riferimenti: le sorgenti luminose e lo specchio siano collocati risp. in A e in B. Un calcolo analogo al precedente dà:

$$\gamma^2 = \frac{c'c}{c'^2-v'^2} \tag{15}$$

dove γ è la stessa che compare in (14) in forza delle definizioni date ai nn. 8 e 9.

Confrontando (14) e (15) si ottiene:

$$c^2 - v^2 = c'^2 - v'^2$$

e in virtù della (12):

$$c' = c. \tag{16}$$

cioé come conseguenza delle definizioni date ai nn. 8 e 9 la velocità della luce ha lo stesso valore in tutti i riferimenti inerziali.

Dalla (14) segue allora:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} . \tag{17}$$