

## Matematizzazione e de-matematizzazione. <sup>2, 3</sup>

### 0 - PREMESSA.

0.1 - Per questa esposizione mi sono proposto due obiettivi:

- 1) sostenere l'importanza della consapevolezza sul ruolo della *de-matematizzazione* (intesa nel senso indicato nei §§ 2.0 e 2.1) nell'*insegnamento della Matematica*, accanto a quello della *matematizzazione* (cfr. §§ 1.0 e 1.1), abitualmente più considerato;
- 2) stimolare riflessioni sul ruolo dell'*apprendimento della Matematica* nella *formazione integrale della persona* (cfr. § 4.2).

0.2 - *Matematizzazione e de-matematizzazione* interessano, quindi, come:

- 1) argomenti in sé;
- 2) occasioni per suscitare e sviluppare interesse allo studio di argomenti di Matematica, con particolare riferimento alla scuola secondaria superiore;
- 3) occasioni per suscitare e sviluppare interesse alla conoscenza di possibilità e di caratteristiche attuali della Matematica, anche come punto di partenza per stimoli alla riflessione su:
  - a) idea della Matematica,
  - b) conoscenza della Matematica,
  - c) insegnamento della Matematica;
- 4) aspetti significativi della presenza della Matematica nella nostra vita e dell'insegnamento della Matematica nella scuola, non solo per utilizzazioni professionali;
- 5) riferimenti formativi e conoscitivi, non solo per la Matematica;
- 6) punto di partenza per riflessioni sulla formazione e sulla conoscenza.

Chiaramente, questi aspetti possono essere strettamente collegati tra loro, se insegnamento e apprendimento della Matematica sono realizzati in funzione della formazione integrale della persona: purtroppo, però, questo non sempre avviene.

NB - In relazione agli obiettivi indicati nel § 0.1 mi è parso opportuno delineare un quadro complessivo, più che approfondire singoli aspetti, e suggerire spunti per riflessioni e approfondimenti.

### 1 - MATEMATIZZAZIONE.

#### 1.0 - Introduzione.

*Matematizzazione* interessa, qui, non solo come *traduzione e trattazione in termini matematici* di fatti, situazioni, dati, problemi per *leggere, conoscere, interpretare, capire, descrivere*, per *cercare soluzioni*, per *comunicare*, per *operare*, individuando o esprimendo caratteristiche (e, quindi, sia come *strumento* che come *veicolo* di conoscenze), ma anche come *sistemazione in trattati e in teorie* e come *ripensamento su risultati e teorie*.

<sup>1</sup> Dipartimento di Matematica dell'Università degli Studi di Milano.

<sup>2</sup> Lavoro svolto nell'ambito dei contratti CNR "La Matematica nella formazione integrale della persona" e dei progetti 40% MURST "Ricerche di Matematica ed Informatica per la didattica".

<sup>3</sup> Il testo è redatto seguendo gli schemi su trasparenti per lavagna luminosa preparati per l'incontro del 30 gennaio 1992 presso il Dipartimento di Matematica dell'Università di Lecce, con alcune aggiunte; in particolare, è conservata la numerazione, con inserimento di paragrafi "0".

---

— Z. Krigowska (*Cenni di didattica della matematica, 1*, “Quaderni dell’Unione Matematica Italiana”, n. 12, Bologna, Pitagora, 1979, p. 64; titolo originale: *Zarys dydaktyki matematyki - 1*)

Chiameremo matematizzazione nell’insegnamento:

1°) la costruzione dello schema matematico per una certa relazione, espressa dopo l’analisi di una certa situazione reale, inventata, astratta o precisata in un’altra scienza;

2°) la costruzione di uno schema razionale ancora semidimostrato, il quale in seguito potrebbe essere trasformato o aggiunto ad uno schema matematico già completo.

— H. G. Steiner (“Mathematization processes in class as a collective learning process”, p. 119)<sup>6</sup>

- the mathematization process basically consists in the development of a small applicable *mathematical theory* growing out of a *combined inductive-deductive* (quasi empirical) approach, leading in part to a very simple *axiomatic system*.

— C. F. Manara (“La matematizzazione della realtà nei suoi sviluppi storici. 1”, *Didattica delle scienze*, n. 95, p. 22)<sup>7</sup>

... intendiamo indicare con questo termine di matematizzazione una evoluzione, un processo storico che si esplica con l’adozione di un determinato linguaggio simbolico, il quale permette di rappresentare la realtà con certezza e precisione molto maggiore di quelle del linguaggio comune, e di dedurre con maggiore facilità e generalità di quanto non si possa fare col metodo sillogistico classico.

---

## TAVOLA 2 - ESEMPI DA LIBRI E ARTICOLI DI MATEMATICI di L. Mauromicali (cfr. <sup>4</sup>).

---

— SCUOLA PRIMARIA (DPR 12/2/1985)

Non è possibile giungere all’astrazione matematica senza percorrere un lungo itinerario che collega l’osservazione della realtà, l’attività di matematizzazione, la risoluzione dei problemi, la conquista dei primi livelli di formalizzazione.

NB - Ci sono altre indicazioni, senza uso esplicito del termine “matematizzazione”.

— SCUOLA MEDIA (DM 9/2/1979)

- Verrà dato ampio spazio all’attività di matematizzazione, intesa come interpretazione matematica della realtà nei suoi vari aspetti (naturali, tecnologici, economici, linguistici, ...) con la diretta partecipazione degli allievi.

- L’introduzione degli elementi di statistica descrittiva e della nozione di probabilità ha lo scopo di fornire uno strumento fondamentale per l’attività di matematizzazione di notevole valore interdisciplinare.

NB - Ci sono varie indicazioni, senza uso esplicito del termine “matematizzazione”.

— BIENNIO DELLA SCUOLA SECONDARIA SUPERIORE (Piano Nazionale per l’introduzione dell’Informatica nelle scuole e Commissione Brocca)

- Coerentemente con questo processo l’insegnamento della matematica si è sempre estrinsecato e continua a esplicitarsi in due distinte direzioni: a “leggere il libro della natura” ed a matematizzare la realtà esterna da una parte, a simboleggiare ed a formalizzare, attraverso la costruzione di modelli interpretativi, i propri strumenti di lettura dall’altra, direzioni che però confluiscono, intrecciandosi ed integrandosi con reciproco vantaggio, in un unico risultato: la formazione e la crescita dell’intelligenza dei giovani.

- Alla fine del biennio lo studente dovrà essere in grado di:

7. matematizzare semplici situazioni problematiche in vari ambiti disciplinari.

NB - Ci sono altre indicazioni, senza uso esplicito del termine “matematizzazione”.

---

## TAVOLA 3 - MATEMATIZZAZIONE IN PROGRAMMI DI INSEGNAMENTO DELLA REPUBBLICA ITALIANA di L. Mauromicali (cfr. <sup>4</sup>).

<sup>6</sup> La relazione tenuta a Bratislava nell’agosto del 1988 è pubblicata nei *Proceedings of the international symposium on research and development in mathematics education - August 3-7, 1988 Bratislava, 1989*.

<sup>7</sup> Le successive tre parti dell’articolo sono pubblicate nei nn. 97, 98, 99.

---

— H. G. Steiner (*opera citata* nella tavola 2, p. 120)

The terms *mathematization* and *mathematical model-building* came into use mainly during the 60ies in connection with new mathematical approaches to problems in fields such as the social sciences which thus far had not utilized mathematics in a constitutive and profound conceptual way.

— G. Papy (“Méthodes et techniques de présentation des nouveaux concepts de mathématiques dans les classes du premier cycle de l’enseignement secondaire”, *Mathématiques modernes*, Paris, OCDE, 1964, p. 79 – traduzione di L. Mauromicali)

Per poter utilizzare in modo fecondo la matematica nelle situazioni reali (...) la prima e la più grande difficoltà consiste nel riconoscere che una situazione è suscettibile di un trattamento matematico e determinarlo. A questo scopo, si tratterà di idealizzare e matematizzare la situazione concreta con la quale si ha a che fare.

— B. Croce (Dalla voce “matematizzare” del *Grande dizionario della lingua italiana* della UTET)

– Il matematico non esiste in concreto, se non come uomo intero, e quando apre la bocca per parlare, parla (...) come un uomo che parla e non già e non solo come un uomo che matematizza.

(da *Conversazioni critiche*, 1950-1951)

– Intese (Galileo) l’ufficio costitutivo che spetta alle matematiche nelle scienze fisiche e naturali per l’astrazione e semplificazione dei dati e per la determinazione delle leggi, distinguendo nettamente quel serio matematizzare dalle fantasticherie del volgare pitagorismo dei numeri.

(da *Storia dell’età barocca in Italia*, 1929)

– Tutto quel sapere non ancora ridotto o non riducibile a percezione chiara e distinta e a deduzione geometrica, perdeva ai suoi occhi (di Cartesio) valore e importanza. Tale la storia, che si fonda sulle testimonianze; l’osservazione naturalistica, non ancora matematizzata: (...)

(da *La filosofia di Giambattista Vico*, 1911).

---

TAVOLA 4 - ESEMPI DI DATAZIONE DEL VOCABOLO di L. Mauromicali (cfr. 4).

## 1.2 - La matematizzazione nella storia della Matematica.

Su la *matematizzazione nella storia della Matematica* mi limito a indicare tre ordini di considerazioni e a riportare una ben nota citazione.

1) La Matematica come ricerca di soluzioni di problemi, con:

- a) ricerca di strumenti (ad esempio: sistemi di numerazione e operazioni sui numeri),
- b) scelta di strumenti (ad esempio: “riga e compasso”),
- c) intuizione, creatività, fantasia (ad esempio: L. Euler e i ponti di Königsberg<sup>8</sup>),
- d) tenacia (ad esempio: J. Kepler e la “guerra con Marte”<sup>9</sup>),
- e) risposta a esigenze di sistemazione e di ripensamento (ad esempio: assiomatizzazioni).

NB – È del tutto ovvia la necessità di disporre di strumenti adeguati.

NB – Chiaramente, è molto significativo il rapporto tra stimoli esterni e sviluppi interni alla Matematica.

---

<sup>8</sup> Cfr., ad esempio, *Momenti del pensiero matematico* di C. F. Manara e G. Lucchini, Milano, Mursia, 1976. Il lavoro di L. Euler (1707-1783) è intitolato *Solutio problematis ad geometriam situs pertinentis*; fu presentato alla Accademia delle Scienze di Pietroburgo il 26 agosto 1736 e pubblicato nel 1741 nei *Commentarii academiae scientiarum Petropolitanae*, volume 8 (relativo al 1736), pp. 128-140.

<sup>9</sup> Cfr., ad esempio:

– *La rivoluzione astronomica - Copernico Keplero Borelli* di A. Koyré, Milano, Feltrinelli, 1966 (ed. or.: *La révolution astronomique*, Paris, Hermann, 1961),

– *The Sleepwalkers - A history of man’s changing vision of the Universe* di A. Koestler, Hutchinson of London, 1959,

– “How did Kepler discover his first two laws?” di C. Wilson, *Scientific American*, marzo 1972 (traduzione italiana: “Le prime due leggi di Keplero”, *Le Scienze*, giugno 1972).

2) La Matematica come sistemazione in trattati e in teorie (ad esempio: geometria greca come primo passo di matematizzazione della realtà e *Elementi* di Euclide).

3) La Matematica come ripensamento su risultati e teorie.

NB – Particolare interesse ha, accanto allo sviluppo della Matematica, l'evoluzione dell'idea di Matematica (cfr. <sup>19</sup>).

4) La citazione, tratta (e tradotta) da una lettera di C. G. J. Jacobi, è la seguente:

... *Fourier era del parere che lo scopo principale della matematica fosse l'utilità sociale e la spiegazione dei fenomeni naturali; un filosofo come lui tuttavia avrebbe dovuto sapere che l'unico fine della scienza è l'onore dello spirito umano, e che, da questo punto di vista, un problema relativo ai numeri ha la stessa portata di un problema che riguarda il sistema del mondo.* <sup>10</sup>

NB – Sul ruolo degli errori rimando al ben noto articolo di F. Enriques (pubblicato con la firma A. Giovannini, a causa delle leggi razziali) "L'errore nelle matematiche", *Periodico di Matematiche*, 1942, pp. 57-65.

NB – Sulla consapevolezza di successi e limiti della matematizzazione segnalò, in particolare, *Succès et limites de la mathématisation* di C. F. Manara, Relazione al Congresso mondiale di Filosofia, Düsseldorf, 1968.

NB – Sui cambiamenti operativi, culturali e sociali portati dai successi della matematizzazione pare superfluo soffermarsi.

### 1.3 - Fasi della matematizzazione – Matematizzazione ristretta e matematizzazione estesa di fatti, situazioni, dati, problemi.

In relazione alla matematizzazione come *traduzione* e come *trattazione* in termini matematici di fatti, situazioni, dati, problemi, ritengo importante proporre una suddivisione in *fasi*, distinguendo, appunto, *traduzione*, come "matematizzazione ristretta", e *traduzione e trattazione* (con discussione), come "matematizzazione estesa". <sup>11</sup>

1) *Matematizzazione ristretta*, o traduzione in termini matematici, in sei fasi successive:  
a→b→c→d→e→f.

a) fatti, situazioni, dati, problemi (realtà).

b) razionalizzazione della conoscenza sulla realtà che si considera.

NB – Come esempio particolarmente significativo, anche se non strettamente matematico, riporto un brano di G. Peano <sup>12</sup>:

*Data l'altezza dell'albero maestro d'una nave, trovare l'età del capitano.*

*È questo un celebre esempio di problema, dato come insolubile. Il filosofo-matematico Richard se ne occupò nella Revue de Métaphisique a. 1920.*

<sup>10</sup> La citazione è ripresa da *L'arte dei numeri - Matematica e matematici oggi* di J. Dieudonné, Milano, Mondadori, 1989. Il titolo originale è *Pour l'honneur de l'esprit humain - Les mathématiques aujourd'hui* (Paris, Hachette, 1987), con evidente riferimento alla citazione di Jacobi (1804-1851) messa come citazione preliminare:

... *M. Fourier avait l'opinion que le but principal des mathématiques était l'utilité publique et l'explication des phénomènes naturels; mais un philosophe comme lui aurait dû savoir que le but unique de la science, c'est l'honneur de l'esprit humain, et que sous ce titre, une question de nombres vaut autant qu'une question du système du monde.*

C. G. J. JACOBI, lettre (en français) à Legendre, 2 juillet 1830.

*Gesammelte Werke*, Vol. I, Berlin (Reimer), 1881, p. 454.

(La punteggiatura è quella dei testi citati.)

<sup>11</sup> *Traduzione* è, qui, intesa nel senso che un certo discorso concepito secondo il linguaggio della parola deve essere reso in linguaggio matematico.

<sup>12</sup> Problema pratico n. 10 (p. 60) di *Giochi di aritmetica e problemi interessanti*, prima edizione: Torino, Paravia, 1924; riedizione, con presentazione di G. C. Argan e prefazione di U. Bottazzini: Firenze, Sansoni, 1983.

*Il problema si risolve sapendo che quella nave si trovava presso Genova; alla capitaneria di porto trovasi la descrizione delle navi che frequentano il porto. Da questo registro deduciamo il nome della nave; in altro registro leggiamo il nome del capitano, e dall'ufficio di anagrafe ricaviamo la sua età.*

*Quasi tutti i problemi che si presentano in pratica sono della natura di questo. Chi deve risolverli, cercherà gli elementi che mancano; ovvero li supporrà, dicendo ben chiaro che cosa suppone. (...)*

- c) scelta degli elementi da matematizzare, tra quelli che è possibile matematizzare.
- d) scelta degli strumenti matematici [tra quelli utilizzabili (noti e ammessi)], con eventuale revisione della scelta c.

NB – I vari strumenti di matematizzazione, che sono stati elaborati nei secoli, consentono, spesso, diverse matematizzazioni di una stessa realtà, con scelte legate a diversi elementi. In particolare, interessa richiamare, qui, la possibilità di matematizzare nel *discreto* o nel *continuo* in modo da avere i necessari collegamenti (come, ad esempio, per le cosiddette *leggi finanziarie*) e la possibilità di tradurre in formulazioni diverse le varie ipotesi che si possono fare nell'interpretazione di un fenomeno, anche per vagliarne l'attendibilità con gli strumenti matematici (come si può fare, ad esempio, per i cosiddetti *modelli economici* <sup>13</sup>).

NB – Gli elaboratori elettronici offrono, chiaramente, significative possibilità anche per l'utilizzazione di strumenti matematici tradizionalmente ignorati nella scuola per difficoltà di utilizzazione (come, ad esempio, le equazioni algebriche di grado superiore al secondo non addomesticabili con la *regola di Ruffini*). Ovviamente, occorre saper dominare le possibilità di errore insite nel modo di operare di queste macchine.

NB – È possibile che gli strumenti utilizzabili, perché noti o perché ammessi, non consentano una buona matematizzazione della realtà o consentano solo una trattazione parziale o approssimata.

NB – Nella scelta degli strumenti per matematizzare può essere opportuno considerare il *costo* di acquisizione o di utilizzazione degli strumenti dal punto di vista sia di effettive spese che di tempi di studio o di lavoro.

- e) formulazione matematica e simbolizzazione (rappresentazione matematica della realtà).

NB – È opportuno osservare l'importanza di questa fase e, in particolare, quella della simbolizzazione, che verrà ripresa a proposito della fase g, e della standardizzazione dei simboli.

- f) eventuale "trasformazione" con altri strumenti matematici.

NB – Di questa fase interessa, qui, soprattutto l'aspetto di utilizzazione di strumenti matematici per rendere più agevoli dimostrazioni di proprietà e risoluzioni di problemi già espressi matematicamente.

NB – La disponibilità di strumenti matematici può condizionare sia modi di matematizzazione (ad esempio: *sezione aurea* <sup>14</sup> negli *Elementi* di Euclide e con le equazioni di secondo grado) che esistenza e interpretazione di risultati (ad esempio: *geometria analitica* e *campo complesso*).

NB – La scelta degli strumenti per matematizzare può avere rilevanti implicazioni sui rapporti tra formulazione matematica e realtà, in parte ravvisabili nell'uso del termine *modello* con significato diverso da quello di *traduzione*. Come è ben noto, ci sono matematizzazioni che *impoveriscono* e matematizzazioni che *arricchiscono*, togliendo o aggiungendo elementi (ad esempio: *geometria analitica*).

<sup>13</sup> Cfr., ad esempio, *Elementi di Economia matematica* di C. F. Manara e P. C. Nicola, Milano, Viscontea, 1967

<sup>14</sup> Come è noto, *sezione aurea* non è denominazione euclidea: cfr., ad esempio, *Geschichte der Elementar-Mathematik* di J. Tropfke, III ed., IV vol., Berlin, De Gruyter, 1940.

2) *Matematizzazione estesa*, o traduzione e trattazione matematica, con altre quattro fasi:

$$(a \rightarrow b \rightarrow c \rightarrow d \rightarrow e \rightarrow f) \rightarrow g \rightarrow h \rightarrow i \rightarrow l.$$

g) elaborazione sui simboli secondo le regole dello strumento utilizzato e deduzione dalla rappresentazione simbolica.

NB – La possibilità di lavorare sui simboli invece che sulla realtà è una caratteristica fondamentale della matematizzazione: se le *regole* per operare sui simboli sono state stabilite bene e se è stata operata bene la matematizzazione, i risultati della elaborazione e delle deduzioni non possono non corrispondere alle operazioni sulla realtà.

h) interpretazione matematica dei risultati.

i) valutazione dell'aderenza dei risultati alla realtà.

l) eventuale revisione delle scelte c, d, e, f.

NB – Come è del tutto ovvio, si possono considerare altre suddivisioni in fasi; mi limito a segnalare la suddivisione in quattro fasi di G. Polya <sup>15</sup>.

#### 1.4 - Alcuni aspetti della matematizzazione.

Ritengo opportuno segnalare alcuni aspetti della matematizzazione, anche se non è possibile analizzarli qui.

1) Matematizzazione e Matematica come linguaggio:

a) Matematica come linguaggio e linguaggio matematico;

b) aspetti quantitativi e aspetti qualitativi;

c) consapevolezza delle particolarità e dei livelli del linguaggio matematico;

d) funzioni del linguaggio matematico;

e) matematizzazione e comunicazione.

NB – È opportuno tenere presente la distinzione tra linguaggio e lingua, anche se non sempre rispettata, e quella tra descrizioni intersoggettive e interpretazioni soggettive.

NB – È opportuno tenere ben presente che la formulazione in linguaggio matematico implica, normalmente, elaborazioni e deduzioni secondo le regole dei simboli utilizzati (cfr. § 1.3, fase g).

2) Matematizzazione in grande e matematizzazione in piccolo <sup>16</sup>:

a) *matematizzazione in grande* di scienze o di teorie scientifiche;

b) *matematizzazione in piccolo* nella risoluzione di singoli problemi.

<sup>15</sup> Cfr. *Come risolvere i problemi di matematica*, Milano, Feltrinelli, 1967 (ed. or.: *How to solve it*, Princeton University Press, 1945).

Le quattro fasi sono: 1) comprensione del problema, 2) compilazione di un piano, 3) sviluppo del piano, 4) alla fine (esame della soluzione ottenuta).

Lo schema originale è più incisivo, per l'efficacia dell'impostazione grafica.

<sup>16</sup> R. Descartes ha scritto nella IV delle *Regulae ad directionem ingenii* (*Oevres de Descartes*, X vol., Paris, Vrin, 1974, pp. 377-378):

*Quod attentius consideranti tandem innotuit, illa omnia tantum, in quibus ordo vel mensura examinatur, ad Mathesim referri, nec interesse utrum in numeris, vel figuris, vel astris, vel sonis, aliove quovis objecto, talis mensura quaerenda sit; ac proinde generalem quamdam esse debere scientiam, quae id omne explicet, quod circa ordinem & mensuram nulli speciali materiae addictam quaeri potest, eademque, non ascitio vocabulo, sed jam inveterato atque usu recepto, Mathesim universalem nominari, quoniam in hac continetur illud omne, propter quod aliae scientiae Mathematicae partes appellantur.*

- 3) Matematizzazione obbligata, vincolata, libera:
  - a) *matematizzazione obbligata*, se c'è una unica possibilità;
  - b) *matematizzazione vincolata*, se occorre rispettare determinati vincoli;
  - c) *matematizzazione libera*, se si può scegliere senza vincoli.
- 4) Matematizzazione esterna e matematizzazione interna alla Matematica:
  - a) matematizzazione diretta di aspetti della realtà;
  - b) matematizzazione della realtà attraverso le scienze della natura <sup>17</sup>;
  - c) matematizzazione delle scienze <sup>18</sup>;

<sup>17</sup> Riporto il celebre passo di G. Galilei ne *Il saggiatore* (da *Le Opere di Galileo Galilei - edizione nazionale*, vol. VI, p. 232, r. 11-18, Firenze, Barbèra, 1896):

*La filosofia è scritta in questo grandissimo libro che continuamente ci sta aperto innanzi a gli occhi (io dico l'universo), ma non si può intendere se prima non s'impara a intender la lingua, e conoscer i caratteri, ne' quali è scritto. Egli è scritto in lingua matematica, e i caratteri son triangoli, cerchi, ed altre figure geometriche, senza i quali mezzi è impossibile a intenderne umanamente parola; senza questi è un aggirarsi vanamente per un oscuro laberinto.*

<sup>18</sup> Segnalo, in particolare, *Le scienze matematiche*, Bologna, UMI-Zanichelli, 1973, raccolta di saggi a cura del Comitato per la Promozione della Ricerca nelle Scienze Matematiche del Consiglio Nazionale delle Ricerche degli Stati Uniti d'America (ed. or.: *The Mathematical Sciences*, Mass. Inst. of Technology, 1969).

L'indice è il seguente:

Prefazione all'edizione italiana	pag. vii
Premessa	pag. ix
STANISLAW ULAM, L'applicabilità della matematica	pag. 1
LIPMAN BERS, Analisi complessa	pag. 8 <sup>5</sup>
JOHN G. KEMENY, Le scienze sociali si appellano alla matematica	pag. 25
JOSHUA LEDERBERG, Topologia molecolare	pag. 44
H. S. M. COXETER, Geometria non-euclidea	pag. 62
J. KIEFER, Inferenza statistica	pag. 71
J. T. SCHWARTZ, Analisi funzionale	pag. 86
E. J. MCSHANE, Spazi vettoriali e loro applicazioni	pag. 99
FREEMAN J. DYSON, La matematica nelle scienze fisiche	pag. 114
A. S. WIGHTMAN, Funzioni analitiche e particelle elementari	pag. 135
PHILIPS J. DAVIS, Analisi numerica	pag. 148
GEORGE E. FORSYTHE, Come risolvere un'equazione quadratica su un calcolatore	pag. 159
SAMUEL EILEMBERG, L'algebrizzazione della matematica	pag. 177
LAWRENCE R. KLEIN, Il ruolo della matematica nell'economia	pag. 185
ANDREW M. GLEASON, L'evoluzione della topologia differenziale	pag. 202
ZELLIG HARRIS, Linguistica matematica	pag. 218
GIAN-CARLO ROTA, Analisi combinatoria	pag. 226
R. H. BING, Topologia degli insiemi di punti	pag. 239
HIRSH COHEN, La matematica e le scienze biomediche	pag. 248
MARK KAC, Probabilità	pag. 265
RAYMOND M. SMULLYAN, L'ipotesi del continuo	pag. 289
J. T. SCHWARTZ, Prospettive per la scienza dei calcolatori	pag. 299

Sulla applicabilità della Matematica segnalo, anche:

– “The Unreasonable Effectiveness of Mathematics in the Natural Science” di E. P. Wigner (Richard Courant Lecture in Mathematical Sciences delivered at New York University, May 11, 1959), *Communications on Pure and Applied Mathematics*, volume XIII, 1960, pp. 1-14;

– “L'universo è matematico?”, *Sfera*, n. 29, pp. 6-9 e *Perché il mondo è matematico?*, Bari, Laterza, 1992, di J. D. Barrow.

- d) matematizzazione della Matematica <sup>19</sup>:
  - matematizzazione di strumenti e teorie;
  - assiomatizzazioni e trattazioni formalizzate.
- e) altre matematizzazioni, e in particolare:
  - matematizzazione della Logica;
  - matematizzazione di informazioni in “probabilità”;
  - matematizzazione di raffigurazioni e rappresentazioni.
- 5) Matematizzazione e ottimizzazione.
- 6) La matematizzazione dopo le assiomatizzazioni della Matematica.
- 7) Matematizzazione come patrimonio culturale e di conoscenze (cfr. § 4.1.1):
  - a) componenti operative, formative, culturali della matematizzazione;
  - b) difficoltà di matematizzazione.
- 8) Matematizzazione e umorismo (cfr. § 3.4).

NB – Come è ben noto, si è parlato e si parla di *Matematica come linguaggio della scienza*. <sup>20</sup>.

NB – Su matematizzazione e elaboratori elettronici cfr. § 1.3, fase d.

NB – Sulla necessità di disporre di strumenti di matematizzazione cfr. § 1.3.

NB – Su successi e limiti della matematizzazione e sull'importanza dei successi rimando al testo di C. F. Manara citato nel § 1.2.

NB – Per ulteriori riflessioni e dichiarazioni sulla matematizzazione e per esempi di trattazioni rimando ai testi citati.

<sup>19</sup> Riporto due brani, rispettivamente di L. Campedelli e di Z. Krygowska:

*Ma intanto, via via che lo studioso avanza per la strada intrapresa, si determinano in lui nuove esigenze: egli sente il bisogno non tanto di acquisire nuovi risultati quanto di esaminare più minutamente il cammino percorso, e di rendersi conto del mezzo, dello strumento, di cui si è valso; vuole conoscere l'essenza, l'impalcatura, l'ossatura più intima della sua costruzione.*

*Così egli viene lentamente condotto ad allontanarsi sempre più dagli “oggetti” di cui si parla in questo o quel capitolo della matematica, per volgere invece la sua attenzione ai loro minuti rapporti e legami, alle leggi a cui obbediscono, al meccanismo del dedurre; e giunge a creare in sé il bisogno di comprendere e dominare dall'alto, nella ricerca di una unità di sempre più vasta portata, e di una economia di pensiero che gli consenta di non smarrirsi.*

*Questo passaggio dalla matematica guardata dal “di fuori” a quella vista “dal di dentro” (...) corrisponde al percorso seguito dalla matematica nel suo continuo progredire, e che approda a quei capitoli oggi noti come “algebra moderna”, “teoria delle strutture”, etc.. Sono queste che vengono dette “matematiche moderne”, in contrapposto alle quali quelle tradizionali si chiamano “matematiche classiche”.*

(da *I modelli geometrici*, cap. VIII di *Il materiale per l'insegnamento della matematica* di AA. VV., Firenze, La Nuova Italia, pp. 144-145; edizione originale: *Le matériel pour l'enseignement des mathématiques*, Neuchâtel & Paris, Delachaux & Niestlé, 1958);

*Ma il matematico allontana con piacere lo sguardo dalla realtà, e può farlo perché i legami logici garantiscono un veloce progresso. Così viene formato “il forziere” degli esperimenti matematici, il quale deve essere sistematizzato a sua volta. Con quali strumenti? Ovviamente con strumenti matematici. In questo modo viene matematizzata la matematica.*

(da *Cenni di didattica della Matematica*, 1, “Quaderni dell'Unione Matematica Italiana”, n. 12, Bologna, Pitagora, 1979, p. 106; titolo originale: *Zarys dydaktyki matematyki - 1*).

<sup>20</sup> Segnalo, in particolare:

– *Il numero, linguaggio della scienza* di T. Dantzig, Firenze, La Nuova Italia, 1965 (ed. or.: *Number: The Language of Science*, New York, Macmillan, 1930 e 1954);

– “Il linguaggio della scienza” di C. F. Manara, *Didattica delle scienze*, nn. 102 e 103.



### 1.5 - La matematizzazione nell'apprendimento e nell'insegnamento.

Anche qui, come nel § 1.4, segnalo alcuni aspetti, anche se non è possibile analizzarli.

- 1) Comprensione dell'importanza dei successi della matematizzazione per:
  - a) utilizzazioni della vita quotidiana;
  - b) utilizzazioni specialistiche;
  - c) lo sviluppo della Matematica;
  - d) la cultura <sup>21</sup>.
- 2) Acquisizione di capacità di matematizzazione per:
  - a) conoscenza e padronanza di strumenti e metodi matematici, anche per matematizzare;
  - b) attività della vita quotidiana;
  - c) attività di lavoro;
  - d) conoscenza della Matematica.
- 3) La matematizzazione come via alla Matematica:
  - a) matematizzazione come aggancio a conoscenze degli alunni;
  - b) matematizzazione come risposta a esigenze degli alunni;
  - c) difficoltà di aggancio a esperienze di alunni e conseguente rischio di *astrusità*;
  - d) matematizzazione e insegnamento per problemi.
- 4) Matematizzazione e interdisciplinarietà <sup>22</sup>.
- 5) Valore formativo della matematizzazione in relazione a razionalità critica e comportamento.

NB - Su questo aspetto, invito a meditare la seguente affermazione di F. De Bartolomeis <sup>23</sup>:

*Nessuna persona che abbia conosciuto a fondo un matematico (nei suoi comportamenti, nelle sue valutazioni riguardanti problemi pratici o altri settori del sapere) potrebbe dare credito all'idea secondo cui il valore principale della matematica consiste nell'educare l'intelligenza.*

- 6) La matematizzazione come oggetto di insegnamento:
  - a) implicito;
  - b) esplicito.

NB - Su matematizzazione e programmi di insegnamento cfr. tavola 3.

NB - In relazione a un insegnamento esplicito della matematizzazione pare auspicabile una adeguata attenzione degli autori di libri di testo, come pure degli "aggiornatori", anche con una *guida* alla matematizzazione (che cosa e come matematizzare, con quali strumenti, ...).

NB - Sul collegamento con l'*idea di Matematica* e con l'*idea di conoscenza della Matematica* cfr. §§ 4.1 e 4.2.

<sup>21</sup> Cultura sia nel senso *primario* di correlazione alla *natura dell'uomo*, sia nel senso *secondario* di correlazione alle *opere dell'uomo*: cfr., in particolare, l'*Allocuzione all'UNESCO* di S. S. Giovanni Paolo II e il *mondo 3* di K. R. Popper.

<sup>22</sup> Intendo *interdisciplinarietà* nel senso specifico chiarito dall'accostamento a multidisciplinarietà, pluridisciplinarietà, disciplinarietà composita, transdisciplinarietà riproposto in *Interdisciplinarietà e scuola* di T. Russo Agrusti sulla base della trattazione di J. Jantsch nel testo del CERI (Centre pour la recherche et l'innovation dans l'enseignement) *L'interdisciplinarité, problèmes d'enseignement et de recherche dans les Universités*, Paris, OCDE, 1972.

<sup>23</sup> *Sistema dei laboratori*, Milano, Feltrinelli, 1978, p. 143.

## 2. - DE-MATEMATIZZAZIONE.

### 2.0 - Introduzione.

*De-matematizzazione* non risulta essere un vocabolo codificato, anche se la costruzione (evidenziata dal trattino) ne stabilisce il collegamento con *matematizzazione*.

Quindi, *de-matematizzazione* interessa, qui, non solo come capacità di *riconoscere, comprendere, esplicitare* aspetti matematizzati in traduzioni e trattazioni in termini matematici (eventualmente presentati solo come *formulazione* o come *risultato*), ma anche come capacità di *comprendere* le sistemazioni in trattati e teorie e i ripensamenti su risultati e teorie, innanzitutto per quanto riguarda lo *spirito* di queste attività.

Mi pare importante osservare che, se si prescinde da alcuni casi particolari (conti, descrizioni con vocaboli suggeriti dalla Matematica, ...) e da utilizzazioni professionali, si incontrano più frequentemente situazioni già matematizzate o presentate con strumenti matematici (anche se, a volte, senza spiegazioni o impropriamente) che situazioni da matematizzare.

### 2.1 - Su vocabolo, concetto e programmi di insegnamento.

Come si è implicitamente indicato con il collegamento a *matematizzazione*, il vocabolo *de-matematizzazione* può essere utilizzato con vari significati e a diversi livelli di estensione del concetto, per i quali il riferimento è, ovviamente, quanto visto per *matematizzazione* (cfr. §§ 1.0 e 1.1).

Mi limito, quindi, a tre indicazioni.

#### 1) Il vocabolo e il trattino.

Come già accennato, utilizzo il trattino per evidenziare la costruzione del vocabolo e il collegamento con *matematizzazione*.

#### 2) Il concetto nei programmi di insegnamento delle scuole della Repubblica Italiana.

Nei programmi di insegnamento delle scuole della Repubblica Italiana il vocabolo *de-matematizzazione* non compare (con o senza trattino), ma il concetto è presente con l'indicazione esplicita di attività che rientrano nella *de-matematizzazione*.

#### 3) Altri aspetti del concetto.

Rispetto a quanto risulta dai programmi, ritengo importante segnalare esplicitamente (nei §§ 2.2-2.4) altri aspetti della *de-matematizzazione*, auspicando che possano trovare posto nell'apprendimento della Matematica, anche nella scuola.

### 2.2 - Tipi di de-matematizzazione.

In senso stretto la *de-matematizzazione* riguarda:

- 1) ritorno al linguaggio comune per l'interpretazione delle formulazioni o dei risultati;
- 2) de-matematizzazione del significato di condizioni o conseguenze (ad esempio: perché *gruppi di trasformazioni* nella *visione kleiniana* della Geometria).

In senso lato si possono considerare anche:

- 3) utilizzazione diretta di formulazioni e di risultati in simboli o in termini matematici;
- 4) lettura matematica diretta, con ragionamento in termini matematici (ad esempio: *derivate, riconoscimento di coniche mediante invarianti*);
- 5) rielaborazione matematica, con ragionamento in termini matematici (ad esempio: *equazioni differenziali, geometria descrittiva*).

NB - Su linguaggio matematico e linguaggio comune rimando a quanto già detto.

NB - Va tenuta presente la possibilità di componenti soggettive e di errori nella comprensione diretta di testi matematizzati.

### 2.3 - Ambiti della de-matematizzazione.

#### 1) De-matematizzazione nella vita quotidiana:

- a) comprensione di descrizioni, interpretazioni, spiegazioni;
- b) comprensione di informazioni e di istruzioni;
- c) comprensione di risultati;
- d) deduzione di informazioni nascoste (ad esempio: lato della strada sul quale si trova la casa con un certo numero civico, almeno in alcune città; scompartimento nel quale si trova il posto con un dato numero).

NB - Va tenuto presente che la de-matematizzazione può presentare difficoltà e portare a errori.

NB - Va tenuto presente che, a volte, l'utilizzazione di strumenti matematici può essere non necessaria, impropria o con errori e che, quindi, è spesso opportuna una valutazione critica, anche per l'individuazione di errori.

#### 2) De-matematizzazione nella scuola:

- a) in Matematica;
- b) in altre materie.

#### 3) De-matematizzazione nel lavoro:

- a) per capire;
- b) per eseguire.

#### 4) De-matematizzazione nella divulgazione scientifica.

#### 5) De-matematizzazione nella cultura (ad esempio: leggi della prospettiva, cubismo, quadri di C. M. Escher, *Flatland* di E. A. Abbott).

NB - Ovviamente, la de-matematizzazione richiede la conoscenza e la padronanza di strumenti matematici, con collegamenti a livelli scolastici e culturali.

### 2.4. - La de-matematizzazione nell'insegnamento.

#### 1) Esigenze di de-matematizzazione:

- a) nella vita quotidiana;
- b) nella scuola;
- c) nel lavoro;
- d) nella divulgazione scientifica;
- e) nella cultura.

#### 2) Educazione *alla* de-matematizzazione e *con la* de-matematizzazione. Sul valore formativo della de-matematizzazione.

NB - Non solo le scienze e la tecnica, ma pure giornali, trasmissioni televisive, presentazioni, istruzioni propongono occasioni opportune, anche in relazione a difficoltà e rischi accennati nel § 1.5.3.

#### 3) De-matematizzazione come via alla Matematica.

#### 4) De-matematizzazione e interdisciplinarietà <sup>22</sup>.

#### 5) La de-matematizzazione come oggetto di insegnamento.

NB - La de-matematizzazione non compare esplicitamente in programmi di insegnamento (cfr. § 2.1.2), ma sembra di poter dire che questo non è un impedimento a occuparsi di de-matematizzazione nell'insegnamento.

NB - In relazione a un insegnamento *esplicito* valgono considerazioni analoghe a quelle del § 1.5.6.

NB - Accanto a attività ben note, come la stesura di testi che corrispondano a una data matematizzazione o la descrizione dei processi seguiti per una de-matematizzazione, segnalo la ricerca di assiomatiche *implicite* in ragionamenti, argomentazioni, comportamenti.

NB - Sul collegamento con l'*idea di Matematica* e con l'*idea di conoscenza della Matematica* cfr. §§ 4.1 e 4.2.

### 3. - ESEMPI.

#### 3.0 - Introduzione.

Una *raccolta sistematica di esempi* sarebbe molto interessante e utile, sia come documentazione delle considerazioni precedenti, sia come servizio agli insegnanti.

Ma, anche al livello attuale di raccolta personale, la pubblicazione porrebbe esigenze di spazio e di illustrazioni che portano ben al di là degli obiettivi di questa esposizione.

Mi limito, quindi, a proporre, qui, qualche spunto, a ricordare che varie proposte sono state preparate da *Nuclei di ricerca didattica* (CNR, MPI, MURST) e a segnalare nella nota <sup>24</sup> tre articoli contenenti altri esempi significativi.

#### 3.1 - Esempi "veri" da portare in classe.

Giornali, riviste, presentazioni e istruzioni per prodotti commerciali, offerte d'acquisto con possibilità di rateazione forniscono esempi "veri" che possono essere utilizzati, anche criticamente, in classe.

Inoltre, non è raro trovare errori e imprecisioni stimolanti.

Come *controesempio* segnalo quello della *commutatività* tra IVA e sconto per l'acquirente, proposto da M. Pellerey <sup>25</sup> senza tenere conto della non-commutatività per il venditore (e, quindi, della improponibilità come situazione "vera").

NB - Particolare interesse hanno gli esempi che propongono o che consentono discorsi sull'ottimizzazione o sulla utilizzazione di strumenti diversi per matematizzare la stessa situazione.

#### 3.2 - Giochi e problemi.

Anche *giochi e problemi* forniscono occasioni ben utilizzabili, a volte con possibilità di riferimenti storici [come, ad esempio, alcuni problemi trattati da N. Tartaglia nel *General trattato di numeri et misure* (1556-1560) <sup>26</sup>] e di collegamenti a film e audiovisivi <sup>27</sup>.

NB - Ovviamente, spesso è necessario che giochi o problemi siano stati preliminarmente matematizzati. Esempi significativi sono offerti dalla ricerca di *strategie* e dalla nozione stessa di *strategia* <sup>28</sup>.

NB - Interessanti possibilità sono offerte dall'utilizzazione di *personal computer*.

#### 3.3 - Interpretazioni di fatti e situazioni.

Si trovano facilmente fatti e situazioni che offrono possibilità interessanti, come, ad esempio, simmetria di posate e di altri oggetti (dal punto di vista non solo descrittivo ma anche interpretativo), forme di oggetti (ruote, porte e finestre, ...), carte stradali, fotografie, informazioni deducibili da utilizzazioni improprie di numeri, "dadi" su "poliedri" diversi dal cubo.

<sup>24</sup> - "La teoria dell'informazione e alcuni giochi matematici", *Periodico di matematiche*, vol. XLVI, n. 5 (1968);

- "L'ottimizzazione nella scuola dell'obbligo", *Didattica delle scienze*, nn. 54, 55, 56 (1974-1975);

- "Invito a l'ottimizzazione nella scuola dell'obbligo", *Incontri sulla matematica*, Roma, Armando, 1984.

<sup>25</sup> *Materiali didattici - esplorazioni di matematica*, Milano, Mursia, 1985, pp. 27-28.

<sup>26</sup> Cfr., ad esempio, *Momenti del pensiero matematico* di C. F. Manara e G. Lucchini, citato in <sup>8</sup>.

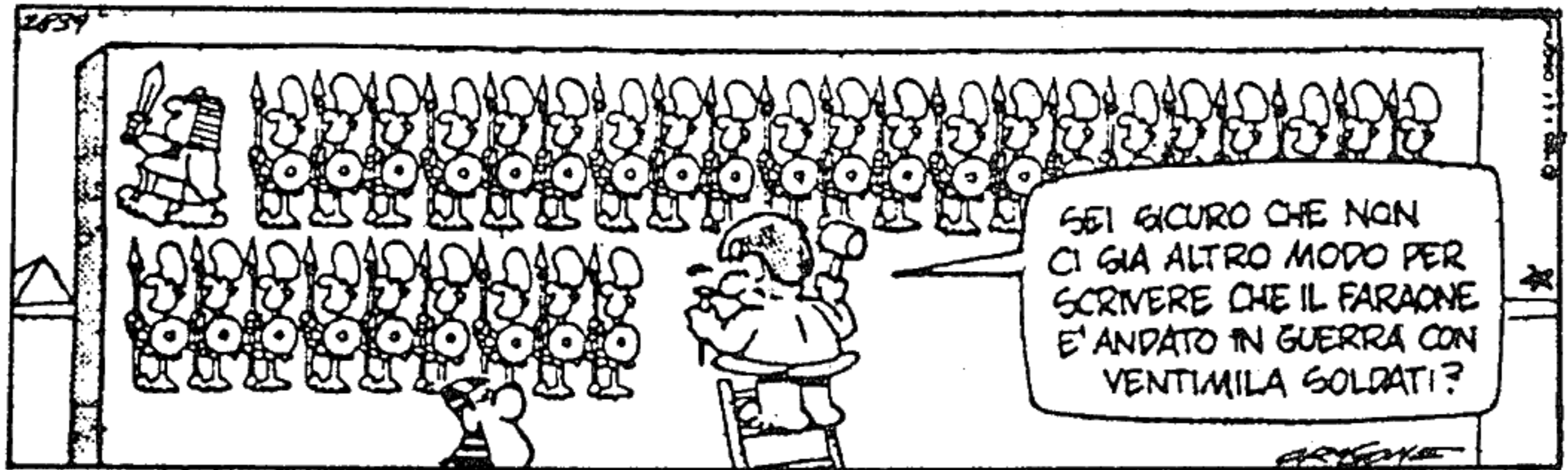
<sup>27</sup> Segnalo, in particolare, l'uso di una versione del gioco del *nim* nel film *L'année dernière à Marienbad* di A. Resnais su sceneggiatura di A. Robbe-Grillet. La sceneggiatura è stata pubblicata in lingua italiana: *L'anno scorso a Marienbad*, Torino, Einaudi, 1962.

<sup>28</sup> Cfr., ad esempio, il primo dei testi citati alla <sup>24</sup>.

### 3.4 - Matematica e umorismo.

L'ultimo filone che voglio richiamare esplicitamente è quello dell'*umorismo* (già accennato nel § 1.4), sia dal punto di vista del *comprendere* testi e disegni che utilizzino aspetti matematici, sia dal punto di vista dell'*umanizzare* la Matematica anche sorridendo o vedendola utilizzata in questo ordine di idee <sup>29</sup>.

Come esempi propongo tre *strip*, rispettivamente di *Nilus* di A. & F. Origone, *Dot-tor Smock* di G. Lemont, *Mafalda* di Quino, segnalando che alcune parole dei testi potrebbero essere migliorate dal punto di vista matematico.



<sup>29</sup> Non potendo riprodurli qui, segnalo i due testi seguenti:

- “Cuore epurato - una disgrazia” in *Mondo candido 1946-1948* di G. Guareschi, Milano, RCS Rizzoli, 1991 (pp. 22-25) e in *Candido* del 9 febbraio 1946, con il maestro che accetta le votazioni che portano a “ $7 \times 8 = 53$ ”;
- La “gara mondiale di matematica” del XVI capitolo di *Parliamo tanto di me* di C. Zavattini, riportata in *L'infinito* di L. Lombardo Radice, Roma, Editori Riuniti, 1981 (p. 8), con il babbo che singhiozza “Se avessi detto più due avrei vinto io”.

#### 4 - STIMOLI ALLA RIFLESSIONE SU:

- IDEA DI MATEMATICA,
- IDEA DI CONOSCENZA DELLA MATEMATICA,
- IDEA DI INSEGNAMENTO DELLA MATEMATICA (nelle scuole).

#### 4.0 - Introduzione.

Anche in relazione a quanto esposto su *matematizzazione* e *de-matematizzazione*, propongo alcuni stimoli alla riflessione su tre *idee*:

- a) l'idea di Matematica;
- b) l'idea di conoscenza della Matematica;
- c) l'idea di insegnamento della Matematica (nelle scuole).

#### 4.1 - Sull'idea di Matematica.

Sull'*idea di Matematica* propongo due spunti.

- 1) L'importanza per l'insegnamento e per gli insegnanti dell'*idea di Matematica* pare del tutto ovvia e non considererei l'argomento se non avessi dovuto constatare che, troppo spesso, lo stato di conoscenze sull'evoluzione della Matematica è tale da rendere sostanzialmente incomprensibile la ben nota e significativa definizione di **B. Russell**, riportata nella tavola n. 5 con la traduzione e la presentazione di **F. Enriques**.<sup>30</sup>

NB – Il discorso potrebbe essere ampliato agli studi successivi sul cosiddetto *statuto epistemologico* della Matematica, ma, qui, pare sufficiente segnalare la questione.

---

*Thus mathematics may be defined as the subject in which  
we never know what we are talking about,  
nor whether what we are saying is true.*

(B. Russell, "Recent Work on the Principles of Mathematics",  
*International Monthly*, luglio 1901, p. 84.)

... *E così riescono a definire le matematiche come studio dei sistemi ipotetico-deduttivi di proposizioni. Appunto a questo concetto si riferisce la definizione paradossale di BERTRAND RUSSELL: "Le matematiche sono quella scienza, in cui non si sa di che cosa si parla e in cui non si sa se quello che si dice sia vero."*

(F. Enriques, *Le matematiche nella storia e nella cultura*, Zanichelli, Bologna, 1938 e, in ristampa anastatica, 1971, p. 141.)

NB – Alla definizione di B. Russell è dedicato l'articolo di G. Vailati "La più recente definizione di matematica", *Leonardo*, giugno 1904.

---

#### Tavola n. 5

---

<sup>30</sup> Segnalo, in particolare, che, nel rispondere al questionario che propongo all'inizio del corso di *Matematiche complementari*, la gran parte degli studenti qualifica non "accettabile" la definizione e quasi tutti quelli che la considerano "accettabile" adducono motivazioni insostenibili alla luce dell'evoluzione della Matematica. Riporto alcune risposte: "... perché se si comincia a studiare matematica è ben chiaro di cosa si parla", "Perché tutto quello che si afferma è dimostrabile", "quello che in matematica è dimostrato, è dimostrato in ogni caso", "sì, quando non capisco quello che studio", "... è vero che spesso ciò di cui si parla non si capisce bene cosa sia ...", "... sono state sviluppate teorie di cui non si conosce a priori l'utilizzo ...".

2) Accanto alla questione dell'evoluzione e dello statuto epistemologico della Matematica, segnalo quella di *costruzione del sapere matematico* e di *costruzione del sapere sulla Matematica* (come patrimonio dell'umana famiglia) con la tavola n. 6.

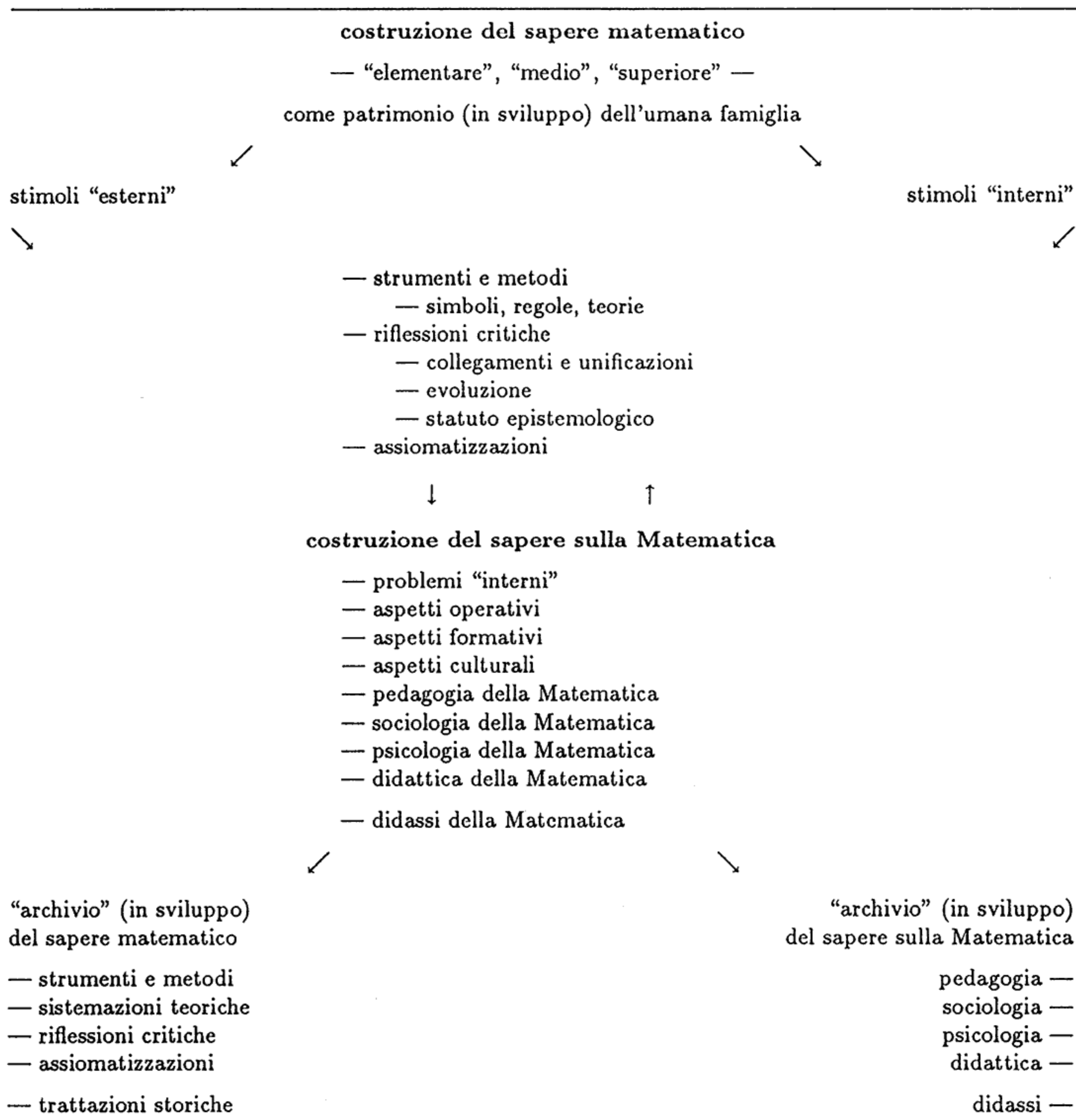


Tavola n. 6

#### 4.2 - Sull'idea di conoscenza della Matematica.

Anche sull'idea di conoscenza della Matematica propongo due spunti.

1) Distinzione degli aspetti della conoscenza della Matematica in:

- a) dichiarativi;
- b) procedurali;
- c) culturali.

2) Necessità di acquisizioni personali, indicate nella tavola n. 7, con possibili difficoltà di apprendimento.

NB - È opportuno tenere ben presenti il passaggio a una *scuola di massa* e le indicazioni ricavabili dalle considerazioni sull'*apprendimento per schemi* accanto all'*apprendimento per concetti*<sup>31</sup> e sulla cosiddetta *mentalità mass-mediale*.

NB - Va tenuto presente, anche, il ruolo di *esercizi e errori*.

---

**Acquisizioni personali (scolastiche, extrascolastiche)  
di elementi del sapere matematico e del sapere sulla Matematica**

- formazione di concetti matematici (astrazione) e schemi<sup>31</sup>
  - conoscenza di strumenti e metodi matematici
  - comprensione di strumenti e metodi matematici
  - padronanza di strumenti e metodi matematici
  - utilizzazioni per:
    - “leggere il libro della natura” (cfr. tavola n. 3)
    - elaborare trattazioni matematiche
    - matematizzare (cfr. § 1)
    - ottimizzare (strumenti; mentalità)
    - comunicare
    - de-matematizzare (cfr. § 2)
  - NB - Vanno tenute presenti possibilità di uso di elaboratori elettronici.
  - riflessioni sulle utilizzazioni
  - conoscenza di riflessioni critiche e di assiomatizzazioni
  - consapevolezza sull'importanza dell'introduzione di strumenti e di metodi “adeguati”
    - terminologia, simboli, regole, teorie
  - consapevolezza sull'importanza della scelta di strumenti e regole
    - “riga e compasso”, ...
  - consapevolezza sull'importanza delle riflessioni critiche
    - collegamenti e unificazioni
    - evoluzione
    - statuto epistemologico
  - consapevolezza sull'importanza e sul significato delle assiomatizzazioni
- 

Tavola n. 7

**4.3. - Sull'idea di insegnamento della Matematica (nelle scuole).**

1) Cinque domande, una scelta e un brano di R. Godement.

a) le domande:

- 1) perché far apprendere Matematica nella scuola?
- 2) che cosa far apprendere di Matematica e sulla Matematica nella scuola?
- 3) come far apprendere Matematica nella scuola?
- 4) da chi far apprendere Matematica nella scuola?
- 5) a chi far apprendere Matematica nella scuola?

b) la scelta tra:

- visione MATEMATICOCENTRICA (o matematicolatrica),
- visione ANTROPOCENTRICA (ma non antropolatrica).

---

<sup>31</sup> Cfr., ad esempio, “Come pensiamo il pensiero? Costruttivismo e integrazione” di G. Cavallini, *Scuola e città*, 1992, n. 1.



- b) educazione CON la Matematica:
    - strutture del pensiero;
    - capacità operative generali;
    - capacità interpretative generali;
    - capacità di ragionamento e di argomentazione;
    - capacità di riflessione critica;
    - mentalità critica;
    - consapevolezza culturale;
    - collegamenti interdisciplinari.
  - c) educazione IN presenza della Matematica:
    - presenza operativa;
    - presenza formativa;
    - presenza culturale.
- 3) raccomandazioni conclusive:
- gestire l'accumulo;
  - gestire i programmi di insegnamento;
  - insegnamento esplicito, anche su:
    - valore della Matematica per l'uomo;
    - rapporti con la realtà;
    - sviluppi interni della Matematica;
    - su insegnamenti dell'evoluzione della Matematica (in particolare: assiomatiche implicite);
  - insegnare a imparare;
  - insegnare a gestire l'accumulo;
  - testimoniare amore per la Matematica.

## 5. - SUI DATI BIBLIOGRAFICI.

I dati bibliografici dei testi citati sono riportati nel testo o nelle note.

Per ulteriori dati segnalo *Revisiting Mathematics Education* di H. Freudenthal, Dordrecht, Kluwer, 1991, ampiamente presentato nel "Supplemento bibliografico n. 26" di *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate* (giugno 1992).

## 6. - CONCLUSIONE.

Ringrazio il prof. R. Ferro per avermi dato l'occasione di presentare anche per iscritto le considerazioni precedenti e ringrazio i Lettori per l'attenzione, invitando a farmi avere segnalazioni, suggerimenti, osservazioni.

c) il brano di R. Godement <sup>32</sup>:

*A rischio di suscitare, in alcuni, i sentimenti di orrore e di costernazione che Paolo Uccello ha così meravigliosamente rappresentato nella PROFANAZIONE DELL'OSTIA, dobbiamo d'altronde dire, poiché la questione si pone sempre di più, il nostro disaccordo con le numerose personalità che, attualmente, chiedono agli scienziati in generale, e ai matematici in particolare, di formare le migliaia di tecnici dei quali, a quanto sembra, avremmo urgente bisogno per sopravvivere.*

*Stando così le cose, ci sembra che, nelle "grandi" nazioni sopra-sviluppate scientificamente e tecnicamente nelle quali viviamo, il primo dovere dei matematici, e di molti altri, sarebbe piuttosto, quello di fornire ciò che non viene loro richiesto, cioè degli uomini capaci di riflettere da soli, di scovare le argomentazioni false e le frasi ambigue, e agli occhi dei quali la diffusione della verità fosse infinitamente più importante, ad esempio, della televisione planetaria a colori e in rilievo: degli uomini liberi, e non dei robot per tecnocrati.*

*È tristemente evidente che il modo migliore di formare questi uomini che ci mancano non è quello di insegnare loro le scienze matematiche e fisiche, queste branche del sapere la cui buona norma consiste, in primo luogo, nel far finta di ignorare perfino la stessa esistenza di problemi umani, e alle quali le nostre società altamente civilizzate danno, ciò che dovrebbe risultare miope, il primo posto.*

*Ma anche insegnando matematica si può almeno tentare di dare alle persone il gusto della libertà e della critica, e abituarle a vedersi trattate da esseri umani dotati della facoltà di capire.*

NB – Le idee di uomo, di formazione e apprendimento, di cultura hanno, ovviamente, implicazioni sulle idee di scuola, di insegnamento e di ruolo della scuola nel quadro delle sollecitazioni (natura, famiglia, società, gruppo).

NB – L'idea di Matematica ha, ovviamente, implicazioni sull'idea di quello che l'apprendimento della Matematica può dare all'uomo che si sta formando nella scuola (attuale o prossima).

NB – Sul rapporto insegnante–alunno–classe riporto un brano di G. Peano <sup>33</sup>:

*La differenza tra noi e gli allievi affidati alle nostre cure sta solo in ciò, che noi abbiamo percorso un più lungo tratto della parabola della vita. Se gli allievi non capiscono, il torto è dell'insegnante che non sa spiegare. Nè vale addossare la responsabilità alle scuole inferiori. Dobbiamo prendere gli allievi come sono, e richiamare ciò che essi hanno dimenticato, o studiato sotto altra nomenclatura. Se l'insegnante tormenta i suoi alunni, e invece di cattivarsi il loro amore, eccita odio contro sè e la scienza che insegna, non solo il suo insegnamento sarà negativo, ma il dover convivere con tanti piccoli nemici sarà per lui un continuo tormento. Ognuno si fabbrica la sua fortuna, buona o cattiva. Chi è causa del suo mal pianga sè stesso. (...)*

2) educazione A, educazione CON, educazione IN.

a) educazione A la Matematica:

- acquisizioni "iniziali", "medie", "superiori";
- utilizzazioni "elementari", "medie", "superiori";
- riflessioni sulle utilizzazioni "elementari", "medie", "superiori".

<sup>32</sup> Tradotta da *Cours d'Algèbre*, II ed., Paris, Hermann, 1966, pp. 16-17.

<sup>33</sup> Da *Giochi di aritmetica e problemi interessanti*, cfr. <sup>12</sup>, p. 63 (punteggiatura e accenti sono quelli del testo.)