

Introduzione

Questo quaderno è basato sulle lezioni tenute da G. Metafune nel corso di Analisi Reale ed Equazioni Ellittiche per gli studenti di dottorato in Matematica dell'Università di Lecce, nell'anno accademico 2003-2004. Il quaderno è la naturale continuazione del quaderno 4/2004 dove vengono presentati metodi risolutivi L^2 e C^α , ma può essere letto indipendentemente.

La trattazione è divisa in due parti. Nella prima vengono trattati i teoremi classici di interpolazione di Riesz-Thorin e Marcinkiewicz cercando di mostrare una varietà di applicazioni anche al di fuori della teoria delle equazioni ellittiche. Per questa ragione sono stati inseriti risultati classici quali il teorema di derivazione dell'integrale di Lebesgue, i potenziali di Riesz, le immersioni di Sobolev.

La seconda parte inizia con la disuguaglianza di Calderón-Zygmund che permette di stimare le derivate seconde di una funzione in $W^{2,p}(\mathbb{R}^N)$ ($1 < p < \infty$) col suo Laplaciano. Una volta ottenuto questo risultato, gli usuali metodi di perturbazione, localizzazione e congelamento dei coefficienti permettono di ottenere le stime a priori L^p per un operatore ellittico generale. La risolubilità del problema ellittico per il Laplaciano, le stime a priori e il metodo di continuità consentono poi di avere teoremi di esistenza e unicità. Per semplicità e per evitare una teoria delle tracce al bordo che comporterebbe l'introduzione di spazi di Sobolev frazionari, la trattazione è limitata al problema di Dirichlet con dato omogeneo al bordo.

V. Manco

G. Metafune

C. Spina

Lecce, 18 febbraio 2005