CAPITOLO 1

COME SI DIVENTA MATEMATICO?

D. *Lei ha cominciato con la matematica ...*

T. Sì, è successo quasi automaticamente. Dopo aver superato la prima parte della maturità, bisognava scegliere tra il corso di filosofia e il corso di matematica elementare. Quest'ultima, come sapevamo, offriva più sbocchi della prima; d'altra parte, forse, era un'illusione, ma ne eravamo convinti. Soprattutto, eravamo nel 1939, al principio della guerra. E i nostri genitori, che avevano fatto la Prima Guerra Mondiale ci dicevano: cerca di essere artigliere: si è meno esposti che non in fanteria! Per essere artigliere poi bisognava aver fatto della matematica. E questo elemento probabilmente ha pesato molto sulla nascita della mia vocazione matematica.

D. *Si può fare Matematica elementare e non diventare matematici...*

T. Certo! Il fatto è che avevo un certo gusto per la matematica, soprattutto per la geometria euclidea, che mi ha molto interessato subito, e non per l'algebra, che non mi ha mai eccitato!

D.*Perché si vede, si può disegnare?*

T. Certo, ma ugualmente perché è anche eccitante per la mente come un indovinello. Invece, in algebra, mi sembra che ogni problema sia banale, sia indecidibile praticamente. La parte di eccitazione per la mente è molto minore...

D.*Ma non ci si trovano delle soddisfazioni?*

T. Si tratta di verificare che si sono acquisiti certi automatismi, che si sanno fare dei calcoli, insomma... È ciò che noi chiamavamo "far la talpa": si trattava di dare agli allievi un certo numero di formule, di metodi di calcolo, che avrebbero permesso loro di risolvere i problemi, e in particolare quelli dei grandi concorsi. Questo non mi sembra estremamente formativo, anche se non è affatto trascurabile come disciplina di base.

D. *Esiste una procedura complessa; ma quando io me ne impadronisco, se la applico correttamente, i problemi sono risolti quasi automaticamente?*

T. In un certo senso. I problemi del concorso sono tuttavia un po' più complicati di così: ci si attende dal candidato che prenda delle iniziative, ma è vero che esiste un piccolo numero di posizioni chiave in cui si tratta, per riuscire, di non sbagliare.

D.*La geometria, dunque, è più creativa?*

T. Senz'altro. È un campo infinitamente più formativo che non quello dell'algebra. I problemi sono graduali, cosa che non esiste praticamente in algebra, dove si passa, quasi senza transizione, dall'applicazione dopo tutto stupida di un formalismo appreso, a dei problemi effettivi di algebra, come la risoluzione dell'equazione di quinto grado, sapendo, d'altronde, che non si può risolvere! E inoltre bisogna, per arrivare a questa conclusione, produrre una teoria enorme, quella di Galois. La cosa è dunque estremamente complessa.

D.*Algebra e geometria non sono i soli campi della matematica...*

T. Sono quelli che caratterizzano l'insegnamento secondario. C'è poi l'aritmetica; però essa non va mai molto lontano. Ma dà origine a problemi di una difficoltà estrema, come quelli della teoria dei numeri. Certi problemi molto semplici aspettano perciò ancora la loro soluzione! Ma io non me ne sono mai troppo interessato. Li sentivo forse troppo difficili. Non mi sento alcuna sensibilità in questo campo.

D. *Lei è partito perciò dalla geometria...*

T. Sì, essenzialmente. Scelsi Matematica elementare. Ero uno studente molto capace, e non solo in matematica, ma nella maggior parte delle discipline, comprese quelle letterarie. Sono potuto entrare, in seguito alla segnalazione di un professore di lettere, nel liceo Saint-Louis, un grande liceo di Parigi. Eravamo allora sotto l' occupazione tedesca alla fine del 1940. Feci l' Ipotalpa, poi la Talpa. [1] Entrai nella Scuola Normale Superiore nel 1943.

A quell' epoca mi interessavano, come a molti giovani, gli aspetti fondazionali della matematica, la logica, la teoria degli insiemi. Ero in qualche modo un modernista ante litteram ... I nostri maestri erano quasi tutti in contatto col gruppo Bourbaki[2], che sosteneva appunto i concetti ed i metodi moderni.

La storia di questo movimento modernista, la cui influenza fu reale molti anni più tardi, sarebbe di vero interesse per un sociologo delle scienze. Sarebbe un bell'argomento di studio: la motivazione, lo sviluppo, e, infine, la situazione un po' ambigua di oggi.

D. *Qual è la sua posizione a questo proposito?*

T. Mi sono espresso molto come anti-modernista, in gran parte perché i modernisti hanno commesso degli eccessi. Quando, con l'appoggio del governo, hanno voluto trasformare l'insegnamento della matematica nel primo livello, sono stati creati in tutte le università degli istituti pedagogici, i famosi Istituti di ricerca sull'insegnamento della matematica (IREM). E questi hanno intrapreso un proselitismo negli ambienti dei maestri elementari. Si sono potuti vedere vecchi maestri canuti, che insegnavano il calcolo elementare con dei bastoncini, costretti a venire ad aggiornarsi. Si disse loro: Signori, quel che fate è ridicolo; non conoscete niente della teoria degli insiemi, e non si può fare aritmetica senza capirla. E quei vecchi maestri furono costretti a venire a sedersi sui banchi della scuola per ascoltare giovani pretenziosi che spiegavano loro che non avevano capito niente dei numeri!

D. *Ma non le sembra utile l'introduzione, con molte precauzioni e prudenza, di questo modo di avvicinarsi alla matematica nella formazione dei giovani?*

[1] Sono corsi di matematica speciali che vengono impartiti a studenti particolarmente capaci alla fine del liceo in Francia e preparano ai concorsi delle Grandi Scuole. Il termine "taupin"(talpa) è gergale; infatti un tale allievo studia in modo continuo e cieco come una talpa. Il nome è usato fin dal 1840 e dal 1912 esistono anche le "taupine".

[2] Un gruppo di matematici, fondato alla fine del 1934 da A. Weil e H. Cartan per "mettere ordine" nel campo della matematica. Il nome, scelto per scherzo, è quello di un generale di origine greca Nicolas Bourbaki (1816-1897). Il gruppo sostanzialmente ha cessato di vivere nel 1998.

T. Certamente è utile, ma a partire da quindici o sedici anni. Prima di quell'età, l'utilizzazione dei concetti di algebra pura, come la commutatività, l'associatività, la teoria degli insiemi nel senso stretto, cioè quella delle potenze, non mi sembra utile. Il resto, si può continuare ad apprenderlo empiricamente, come facevamo in altri tempi. Quando ero io stesso alla scuola elementare, imparavamo le tabelline di addizione e di moltiplicazione. Era una buona cosa! Sono convinto che autorizzando l'uso del calcolatore fin dall'età di sei o sette anni si arriva a una conoscenza del numero meno intima di quella a cui accedevamo noi grazie alla pratica del calcolo mentale. In qualche modo, abbiamo tolto la calcolatrice dalle nostre teste.

D. *Perché e come lei diventò ricercatore?*

T. Anche questo, avvenne automaticamente. Una volta entrato alla Scuola normale, fui capace di risolvere pressappoco tutti i problemi; potei discutere con i nostri maestri, ed essi mi concessero fiducia. Quando il mio maestro, Henri Cartan, mi procurò il posto al CNRS [3], disse: questo studente sembra avere delle capacità di intuizione solide e si può aver fiducia in lui. E tuttavia non giustificai questa fiducia se non abbastanza tardi, perché presentai la mia tesi solo sei anni più tardi. Questo non è né particolarmente brillante, né molto folgorante! Certi temperamenti sono delle specie di miracoli matematici. Quando ero Talpa, per esempio, alcuni dei miei condiscepoli sapevano risolvere tutti i problemi rapidissimamente. Io non sono stato mai capace di miracoli del genere. Ma in fondo la mia natura forse è più filosofica che matematica...

D. *Ma questo fatto come si manifestò a quel tempo?*

T. Avevo appunto una tendenza per la filosofia. Lo confessai al vice direttore scientifico, Georges Bruhat, che ci dirigeva a quell'epoca. Quando gli dissi che mi interessava la filosofia della matematica, nella direzione di Cavaillès e di Lautman, alzò le braccia al cielo esclamando: "Soprattutto, consegua al più presto il titolo di *aggregato*!"[4] Era un consiglio saggio.

---

[3]Si tratta dell'equivalente francese del nostro CNR (Consiglio Nazionale delle Ricerche).

[4]In Francia il titolo di *agrégé* è più o meno equivalente a quello che da noi era *libero docente*

D. *Considerava questo interesse come un ostacolo per il suo lavoro di matematico?*

T. Aveva probabilmente l'idea che chi si interessa alla filosofia della scienza cerca in realtà di nascondere le sue debolezze tecniche. Era probabilmente una reazione di difesa tipica del professore. Se si è realmente matematici nell'anima non ci si preoccupa tanto della filosofia; se questo avviene, è una specie di deragliamento... Mi viene in mente ciò che successe al mio collega Alexandre Grothendieck: era, credo, un matematico nell'anima. E poi, negli anni settanta (forse era un seguito del 1968?), si convertì al naturalismo, ai problemi ecologici. E allora rifiutò più o meno ciò che prima l'aveva appassionato.

D.*Ma cosa si cerca diventando matematici? Cos'è che spinge un matematico a questo investimento di se stesso?*

T. È proprio di un investimento che si tratta, è piuttosto duro, pesante, vincolante. Quando ci si interessa ad un problema, si sprofonda in uno stato di alienazione molto penoso per chi ci circonda. Non si può più pensare a nient'altro. Ma è in qualche modo automatico: non vi si può sfuggire. E poi, quando si entra nel CNRS, ci si sente obbligati a produrre qualcosa! Al principio, non ci si aspetta da noi una scoperta sensazionale: si lavora su delle questioni un po' tecniche... Per me però le cose non andarono in questo modo: il mio primo lavoro pubblicato fu una scoperta abbastanza spettacolare!

1. Primi lavori

D. *Quale fu questa scoperta?*

T. È difficile parlarne altrimenti che in termini tecnici. Per riassumere, si trattava di capire ciò che si chiama la teoria di Morse in termini di decomposizione di una varietà in celle, invece di farne una teoria omologica, come aveva fatto il suo autore. Era il ritorno, a partire da una situazione formalizzata con un algoritmo algebrico, ad una situazione geometrica che l'aveva in qualche modo generata. Perché è la geometria che genera l'algebra, contrariamente a quello che si pensa comunemente.

D.*Davvero se ne può parlare solo in termini tecnici? Che cosa è che la anima quando lavora su un problema di questo tipo?*

T. Si può cercare di farlo. L'idea di base è relativamente semplice e potente. È la teoria di Morse: si tratta di trasformare l'intuizione geometrica globale in costruzione. Uno spazio è dato, nella sua globalità, da un'intuizione topologica. Ma per qualcuno che non abbia questa intuizione globale, è senza effetto! Si tratta dunque di trovare una procedura che gli permetta lo stesso di ricostruire questo spazio. L'idea era dunque di tagliare a pezzi lo spazio. La tecnica della teoria di Morse è un po' come studiare un salame tagliandolo a fettine. Se si conosce l'insieme delle fettine e il modo di ordinarle le une sulle altre nell'ordine in cui sono state tagliate, si sarà capaci di ricostituirlo. Questa è l'idea di base.

Non ci si interessa,in questo caso, della metrica, delle dimensioni delle fette; ci si interessa della loro struttura topologica. Quali sono i punti di taglio? Come cambia il tipo topologico del taglio particolare? Se si perviene a caratterizzare questi tipi topologici, se ne dà una classificazione. Specificandoli, si può allora ricostruire la forma globale dello spazio. In sé l'idea è naturale: è una specie di gioco d'incastro; lo spazio si può costruire come un gioco d'incastro. Ma questo caso è il più semplice possibile, perché tutti i pezzi sono ordinati e resta da attaccarli l'uno all'altro, da combinarli gli uni con gli altri secondo lo schema dato dalla teoria.

D. *È dunque un lavoro di analisi: si decompone in piccoli pezzi che poi si numerano...*

T. È la vecchia formula di Cartesio: si tratta di ridurre tutto a situazioni abbastanza semplici perché poi si possa poter descrivere. E questo equivale dunque a ricostruire ciò che è complesso a partire da ciò che è semplice. È quel che si fa oggi in informatica dove si decompone una superficie in pixels. Ogni forma diviene un blocco di pixels. È d'altronde molto più barbaro che non la teoria di Morse, che è più concettuale e, in fin dei conti, molto più semplice!

D. *Si prende in considerazione dunque uno spazio in tre dimensioni.*

T. Non necessariamente: la teoria di Morse si può fare in tutte le dimensioni. Il modernismo in matematica, ha, d'altronde, fra le altre cose, instaurato l'uso di fare le cose in una dimensione qualunque, e non soltanto in dimensioni 1, 2 o 3 come si faceva in altri tempi.

D. *Questo concetto di dimensione, al di là delle tre che ci sono familiari, è difficile da cogliere. La dimensione 4 è la stessa per tutti?*

T. Per i matematici, non c'è nessuna ambiguità sul concetto di dimensione. D'altra parte, il modo in cui si domina l'intuizione negli spazi a 4, 5, 6 o n dimensioni risponde sempre alla stessa tecnica. Non si vede mai in uno spazio che non sia a due o tre dimensioni, non di più. Ma si sa che si può sezionare uno spazio di grande dimensione in spazi di dimensione più piccola; certi parametri allora si possono manipolare. Si arriva così in qualche modo a spezzare lo spazio di grandi dimensioni in spazi più piccoli. Si può allora studiare quel che avviene in questi spazi di piccole dimensioni, 2 o 3.

D. *Ma come rappresentarseli?*

T. Esiste un certo numero di concetti che permette di raggruppare le cose. Quello di spazio fibrato (che esiste da circa cinquant'anni ormai) ne fa parte: si può immaginare una struttura fibrata; si sa ciò che avviene in ciascuna delle fibre e si può immaginare ciò che avviene nello spazio completo. È manipolando questo tipo di oggetti che si arriva a formarsi una sorta di intuizione dello spazio ad n dimensioni. Se si immaginano degli spaghetti in una scatola, ma si suppone che ciascuno di essi abbia uno spessore tale che li si possa assimilare a delle linee, si può allora mettere un'infinità di spaghetti in una scatola cilindrica. Questa è una struttura fibrata.

La scatola (piena) ha dimensione 3. Gli spaghetti, che non hanno spessore, sono dunque delle linee, e di dimensione 1. La base della fibra è un disco di dimensione 2. Dimensione di lunghezza + dimensione del disco = dimensione dello spazio totale. Si può giocare su questo per farsi un'intuizione dello spazio. Non si tratta di altro che di $1 + 2 = 3$ ...Ma si può anche fare $7 - 4 = 3$, e allora è molto più difficile. Faccia questo esercizio di intuizione: cominci con l'immaginarsi una sfera di dimensione 3. Per questo lei deve immaginare lo spazio con le solite tre dimensioni ma deve anche immaginare che quando si segue un raggio luminoso in una direzione, verso l'infinito, si trova lo stesso punto luminoso nella direzione opposta. Si identificano allora tutte le coppie di punti ottenute in questo modo.

Poi si identificano tutti in un solo punto, che si chiama il punto all'infinito. Lo spazio $\mathbb{R}^3$ si chiude allora con un punto all'infinito: questo diviene la sfera $\mathbb{S}^3$, la sfera a tre dimensioni. Essa è il bordo del disco [o sfera piena] a quattro dimensioni. Ma questo è già più difficile vederlo...

D. *Qual è la quarta dimensione di questo disco?*

T. È abbastanza facile immaginare che si tratta di un prodotto di spazi. A meno che, come M. Changeux, non si dica che si tratta solo di una costrutto mentale, che non ha alcuna realtà nel mondo esterno!

Proviamo. Ho qui un quadernetto, e lì una scatola. Se prendo un punto situato sulla faccia del mio quadernetto e un altro situato sulla superficie di quella scatola, posso considerare questa coppia di punti come un punto in uno spazio che è il prodotto dei due spazi. Questo punto apparterrà ad uno spazio a quattro dimensioni.

D. *Uno spazio in cui questi due punti separati divengono un unico punto e uno solo?*

T. Esattamente. Una coppia di punti presi nei due piani definisce un punto nello spazio a quattro dimensioni. Questo esige naturalmente uno sforzo intellettuale. I matematici topologi sono condotti perciò a esercitare un pensiero prelogico, ma se è possibile in modo molto controllato, un pensiero prelogico applicato logicamente, insomma!

2. Produrre... La teoria delle catastrofi: genesi

D. *Lei non mi ancora parlato della sua "motivazione": come si arriva a questa concentrazione, a questo investimento del proprio tempo in matematica?*

T. La motivazione può essere puramente sociale. Bisogna pur sempre giustificare il fatto che lo Stato ci paga apparentemente per non fare niente! Passare per il CNRS aveva d'altronde una funzione completamente diversa da quella che ha oggi: vi si restava il tempo necessario per terminare la tesi. Era in un certo senso una borsa di dottorato. E poi si ritornava all'Università. Da qualche anno, i matematici avevano decretato, sull'esempio delle altre corporazioni scientifiche, che doveva esserci una certa percentuale di persone capaci di fare carriera in matematica per tutta la vita. Ma in realtà è molto difficile. Da parte mia, benché nominato in un istituto in cui non dovevo fare altro che questo, sono convinto di non essere stato molto produttivo.

D. *Cosa intende per matematica produttiva? Si tratta di matematica applicata o applicabile?*

T. Semplicemente di matematica che dà luogo ad una pubblicazione. Pubblicai per la prima volta nel 1949. Penso di essere stato produttivo dal 1951-1952 al 1958-1959. Non ho scritto molti articoli, ma alcuni di questi sono ancora citati oggi. È a quell'epoca che misi in piedi una disciplina (gli inglesi direbbero un gadget [5]): il cobordismo. Era una teoria abbastanza graziosa e piuttosto profonda. È ciò che mi valse la medaglia Fields nel 1958. Credo di aver cessato di essere produttivo negli anni che hanno seguito quel premio.

A quel tempo, costruii una sorta di semi-filosofia. È così che definisco la teoria delle catastrofi. Alcuni hanno detto che si tratta di cattiva scienza sommata ad una cattiva filosofia, forse hanno ragione. Mi sembra tuttavia che si tratti di qualcosa di abbastanza originale, e in fin dei conti di abbastanza valido.

D. *E tuttavia, tra i suoi lavori, è quello che le è valso la risonanza pubblica più grande. Non è perché si chiamava "teoria delle catastrofi", appunto?*

T. Mi si è rimproverato molto di aver imitato i mass-media, con questa terminologia. Ma non era affatto mia intenzione!

In verità, esiste una unità reale nella mia riflessione. Io me ne rendo conto solo oggi, dopo averci molto riflettuto sul piano filosofico. E questa unità, la trovo precisamente nel concetto di bordo. Quella di cobordismo gli era legata.

Sappiamo tutti che cosa è il bordo di qualcosa, il bordo di questa scrivania, il bordo del muro, la frontiera insomma [6].

D. *Lei fa differenza fra bordo, frontiera e limite?*

T. Quello di limite è un concetto piuttosto tecnico; non è veramente un concetto topologico. Esiste in analisi, tuttavia, la nozione di limite superiore di una successione. Il concetto di bordo se ne distingue nettamente. Parlare di limite costringe a considerare l'infinito, in un certo senso, come successione infinita di numeri: si considera il loro limite superiore. Il bordo è qualcosa di più concreto, di più immediato, più vicino alla fisica, insomma.

[5] La parola gadget in inglese significa più o meno "aggeggio". L'applicazione di questo termine a una teoria suona un po' curioso, ma il lettore capirà senz'altro che cosa vuol dire Thom.

[6] In Appendice si chiarirà, dal punto di vista matematico, la differenza tra bordo e frontiera.

Il concetto di bordo mi sembra oggi ancora più importante dato che mi sono immerso nella metafisica aristotelica. Per Aristotele, un essere, in generale, è ciò che c'è lì, separato. Possiede un bordo, è separato dallo spazio ambiente. Insomma, il bordo della cosa è la sua forma. Il concetto, anche lui, ha un bordo: è la definizione di questo concetto. Quest'idea che il bordo definisce la cosa, d'altronde, non è del tutto esatta per un topologo. È vera solo nello spazio ordinario.

Comunque sia, partendo da questo concetto di bordo, sviluppai alcune teorie matematiche che mi servirono; poi mi sono dedicato alle applicazioni, vale a dire alle possibilità di inviare [7] uno spazio in un altro, in modo continuo. Da qui arrivai a studiare le rughe e le pieghe, oggetti suscettibili di una formalizzazione matematica. Per questo ripresi i lavori di un matematico americano, morto recentemente, Hassler Whitney [1907-1989]. Partendo di là, riuscii a sviluppare la classificazione dei modi in cui si può inviare uno spazio in un altro. Ciò che scoprii in questa direzione fu abbastanza interessante. Pervenni ad alcune classificazioni. Mi immersi anche nella fisica, quando ero professore a Strasburgo: volevo verificare alcune idee matematiche con l'ottica geometrica: ciò che trovai non mancava di interesse.

La teoria delle catastrofi nacque da quel lavoro. C'è proprio un'unità in quell'approccio; non deve nulla alla volontà di captare l'attenzione dei mass media.

D. *Studiando i bordi, le pieghe e le rughe, lei ha stabilito che ogni spazio presenta un certo numero di caratteristiche che conducono a rotture, e che si possono costruire modelli che consentono di spiegarle...*

T. Gli spazi che si considerano in generale sono spazi omogenei, localmente omogenei. Questi spazi sono ciò che chiamiamo varietà. Lo spazio euclideo è una varietà. Ma le singolarità appaiono quando in qualche modo si sottopone lo spazio a un vincolo. La manica della mia giacca, se la comprimo, fa comparire delle pieghe. È una situazione generale. Questo non dipende dalla meccanica dei materiali. Enuncio in realtà un teorema astratto: quando uno spazio viene sottoposto a un vincolo, vale a dire quando lo si proietta su qualcosa di più piccolo della sua dimensione, esso accetta il vincolo, salvo in un certo numero di punti in cui concentra, per così dire, tutta la sua individualità primaria. Ed è nella presenza di queste singolarità che

[7] Cioè "mettere in corrispondenza" punto per punto

si ha la resistenza. Il concetto di singolarità è il modo di assumere in un punto tutta una struttura globale. È un argomento delicato, che meriterebbe sviluppi più ampi.

D. *Si tratta di una riflessione puramente concettuale, distaccata da ogni materialità, vale a dire qualunque sia la natura del materiale?*

T. In effetti non c'è nessuna materialità. Tuttavia, per certi materiali, questa concettualizzazione è importante.

Il grande merito (e il grande scandalo!) della teoria delle catastrofi fu di dire che si poteva costruire una teoria degli accidenti, delle forme, del mondo esterno, indipendentemente dal substrato, dalla sua natura materiale. La collettività scientifica non lo ammise.

Arrivai così a un elenco delle catastrofi elementari, che sono sette: la piega, la ruga, la coda di rondine, la farfalla, e i tre tipi di ombelichi. Questa idea che ci fossero sette tipi di accidenti ha affascinato molti. Nella vita corrente si vedono in realtà solo i più semplici. Gli altri si possono scoprire solo a prezzo di un'analisi sottile.

[C. Il termine filosofico "accidente" lascia un po' perplesso un lettore affrettato, ma si dovrebbe capire dal contesto che Thom lo usa, come la filosofia scolastica, per indicare quelle differenze che si possono riscontrare fra diversi esemplari di uno stesso ente, senza che venga cambiata la natura di questo.]

T. Questa teoria, ripresa da altri, d'altronde, ha dato, sul piano matematico, delle cose belle e profonde! Quanto a me, mi ero dal principio preoccupato delle applicazioni prima di affrontare l'aspetto matematico. I matematici sono arrivati; hanno fatto il rapporto con certe tecniche utilizzate in fisica, in particolare con i metodi utilizzati per correlare la meccanica quantistica con la meccanica classica: il metodo Brillouin-Kramer-Wenzel (BKW)[8]. Questo metodo utilizza precisamente argomenti di singolarità, il metodo detto del valico di montagna. I valichi sono punti singolari dell'altezza. È così che si recuperano in qualche modo gli oggetti classici a partire dagli oggetti quantistici. Gli oggetti classici sono più o meno associati a singolarità del processo quantistico. Ciò che dico d'altronde è corretto solo in senso lato.

[8] È un metodo (introdotto nel 1925) che fornisce soluzioni asintotiche di equazioni differenziali o alle derivate parziali.

D. *Lei ha alluso al suo interesse persistente per la filosofia; ha detto che ha trovato in Aristotele il filo conduttore delle sue ricerche, ma a posteriori, insomma... Qual è l'ambiente filosofico che la condusse alla teoria delle catastrofi?*

T. A partire dal 1950, abbandonai appunto queste preoccupazioni filosofiche per dedicarmi alla matematica. Questo durò fino al 1956-1957. Conobbi, in seguito, una sorta di fase di depressione: alcuni progressi in matematica furono realizzati da altri, e mi condussero a teorie così complicate sul piano algebrico che non riuscivo a seguirli. Dovetti "lasciare i pedali"...

Ma bisogna pur sempre far qualcosa! Mi misi dunque a cercare possibili applicazioni delle teorie matematiche che conoscevo. Fu così che mi orientai verso la teoria delle catastrofi.

Fu dunque per reazione alla sensazione di essere superato dal corso della matematica, come si stava sviluppando in parte e in seguito grazie proprio alle mie stesse idee, che mi orientai così. Non riuscendo più a stare al passo, tornai, in un certo senso, a situazioni più concrete. Insomma, ed è un processo classico, la matematica andò verso l'astrazione, verso l'algebra. Ora, a me l'algebra non piace, e non riuscii ad adeguarmi. Mi dedicai dunque alle applicazioni verso il mondo reale.

La teoria delle catastrofi ebbe un successo considerevole nei media nel 1974-1975; una critica piuttosto virulenta si abbatté in seguito su questa teoria. Essa proveniva essenzialmente da oltre-Atlantico, dalla scienza affermata, che in fondo non ha accettato questo genere di teoria.

Il successo nei mezzi di comunicazione si è sgonfiato come una bolla. Alcuni epigoni si erano precipitati su una teoria che sembrava promettere una bella carriera; quando parve che non avrebbe condotto a nulla, passarono ad altro! Infine, negli anni 1975-1980, la teoria conobbe un periodo di stasi. Fu allora che cercai di rispondere alle critiche epistemologiche che mi erano state opposte. Dovetti prendere questa strada, immergermi nella filosofia della scienza, salvo passare, in seguito, a una filosofia più generale.

Così, partendo da una polemica sulla validità della teoria delle catastrofi, finii per interessarmi della posizione della scienza in generale, e di ciò che ci si può aspettare da essa dal punto di vista della conoscenza. Questo comprendeva una riflessione sugli strumenti che la scienza utilizza per acquisire la conoscenza.

D. *Torniamo, se non le dispiace, al contesto che la orientò verso la teoria delle catastrofi.*

T. Ci arrivai in modo abbastanza naturale, come ho detto: fu un'evoluzione che mi condusse, a partire da un problema di matematica pura, quello noto come "singolarità generiche di un'applicazione", a verificare se questo teorema aveva applicazioni pratiche. Ero allora all'Università di Strasburgo e potei fare qualche esperimento d'Ottica. Un collega fisico mi prestò alcuni strumenti: uno specchio sferico, un prisma, un diottro. Potei realizzare alcune caustiche, e le feci variare cambiando un poco la posizione dei parametri; osservai come esse si deformavano. Era proprio questo che mi interessava.

Partii dunque dalla deformazione delle caustiche. Non è forse inutile dire qualche parola su che cos'è una caustica.

Per farcene un'idea, si può prendere una ciotola di porcellana, il cui interno sia molto riflettente. Si riempie questa ciotola di caffè, preferibilmente molto nero. Si pone la ciotola così riempita sotto una lampada, la meno divergente possibile, che dispensi una sorgente luminosa puntiforme: i raggi che vengono dalla lampada, riflessi sulle pareti della ciotola, costituiscono una curva luminosa che presenta ciò che si chiama un ripiegamento all'indietro, nel piano di simmetria della figura. Questo ripiegamento all'indietro possiede la proprietà meravigliosa di essere stabile. Se si cambia leggermente l'orientamento dei raggi luminosi, si vede che il ripiegamento sussiste ancora. È l'effetto fisico di un teorema di matematica. D'altra parte, questo non ha nulla di sorprendente: l'ottica geometrica, non è fisica, è geometria. La meccanica, invece, appartiene pienamente alla fisica. Questa affermazione mi è rimasta in mente da quando, molto tempo fa, la sentii pronunciare da un professore di matematica superiore del liceo Saint-Louis. Ed è vero!

Partii di là per la teoria delle catastrofi: constatai che c'erano dei tipi, delle variazioni di caustiche che non prevedevo, che bisognava che io mi spieghassi la comparsa di queste singolarità. Mi ci vollero due o tre anni per capire da dove provenivano.

È un fenomeno banale, ma è di là che partii.

D. *Quale fu poi il cammino del suo pensiero?*

T. Lasciai Strasburgo e venni all'IHES, rispondendo all'appello del fondatore. Ero più libero, ero meno preoccupato dall'insegnamento e dai compiti amministrativi. La mia produttività puramente matematica mi sembrava in declino e cominciai ad interessarmi di più della periferia, vale a dire delle applicazioni possibili. Oltre all'ottica, mi domandai se non ci fossero applicazioni possibili alla biologia. Finii per capire da dove venivano quelle singolarità eccezionali: esse sono legate al fatto che le traiettorie dei raggi luminosi sono speciali, perché soddisfano il principio di Fermat, un principio variazionale; esse hanno proprietà speciali che fanno sì che le caustiche "aggancino" le singolarità più facilmente di quanto non dovrebbero. È l'estrapolazione di questa idea che mi portò alla teoria delle catastrofi, alla parte matematica che conduce ad essa.

D. *Queste singolarità sono forme particolari apparentemente inaspettate?*

T. C'è un problema di semantica: per me, qualunque discontinuità nei fenomeni è una catastrofe. Il bordo di questa tavola, là dove il legno diventa aria: è una superficie di separazione, è un luogo di catastrofe. La catastrofe è dunque permanente, noi non ne abbiamo coscienza.

Ma la parola presenta una difficoltà: è una parola che fa pensare a una trasformazione brutale, temporale, con una durata ben determinata (benché io abbia trovato recentemente l'espressione "catastrofe che vegeta", applicata alla situazione dell'URSS prima della perestrojka! L'espressione sembra essere stata ripresa da Céline, d'altronde). Mi hanno molto rimproverato questa scelta.

D. *Ci sono anche eventi catastrofici nel campo delle relazioni umane, delle evoluzioni sociali...*

T. Per me, c'è una catastrofe ogni volta che c'è discontinuità fenomenologica. Forse è eccessivo usare una parola così drammatica per una cosa così generale. Ma non ho ricercato questo effetto. La parola mi è venuta naturalmente: i fisici hanno introdotto l'espressione catastrofe infrarossa e catastrofe ultravioletta per i fenomeni di divergenza delle serie nei loro calcoli. L'uso era già in vigore. Ma io ho voluto indicare con questa parola che si trattava di qualcosa di dinamico, che esisteva una dinamica soggiacente.

D. *Si potrebbe trovare un sinonimo che soddisfi ciò che lei vuol dire?*

T. Ho usato l'espressione "discontinuità fenomenologica". È un po' pesante, e, per me, la parola catastrofe coincide perfettamente. Il bordo di una nuvola è una catastrofe. Evidentemente, quando questa nuvola si fonde in modo continuo con una sorta di nebbia, è ben difficile parlarne in questi termini. Se non c'è una frontiera netta, se non c'è un bordo della nuvola, allora non posso più parlare di catastrofe.

3. Destino della teoria delle catastrofi

D. *Quali, secondo lei, le applicazioni o le orientazioni di tipo applicativo si impongono?*

T. Se ci si mette dal punto di vista della terminologia solita, nel senso di applicazione della scienza (come, per esempio, quando se ne parla nelle istanze governative), il bilancio è piuttosto modesto. Non c'è campo specifico in cui si possa dire che la teoria delle catastrofi abbia permesso la scoperta di una certa tecnica, di un certo strumento, di un certo mezzo per risolvere un certo problema concreto. La teoria delle catastrofi è piuttosto una metodologia che permette di capire, in molti casi, e di fare modelli in un certo numero di casi, di situazioni che, altrimenti, sarebbero molto difficili da afferrare, di sistemi di cui non si potrebbe ottenere una descrizione, perché troppo complicati.

D. *È dunque un metodo che permette di capire, che ha una vocazione esplicativa?*

T. È effettivamente il suo interesse essenziale. Offre dei mezzi di intellegibilità in situazioni che sono in generale troppo complesse per essere analizzate secondo metodi riduzionisti.

D. *Non è poco! Si tratta dell'accesso alla comprensione!*

T. È effettivamente un programma, un progetto del tutto ragionevole. Ma presenta l'inconveniente di essere una teoria qualitativa, topologica, e di non fornire limiti quantitativi alla deformazione delle forme che si considerano. Non permette dunque realmente l'azione. Per agire - si agisce sempre hic et nunc- occorre disporre di una localizzazione spazio-temporale. Altrimenti l'azione cade nel vuoto.

D. *Non autorizza dunque la previsione?*

T. Dà una sorta di descrizione locale di un sistema, in uno spazio di parametri di controllo. Si possono far variare i controlli a partire da un certo sistema di valori e descrivere, mediante opportune superfici scelte in questo spazio, dove hanno luogo le catastrofi, se ce ne sono, e dove hanno luogo le variazioni continue.

D. *Come far comprendere meglio l'interesse di tutto questo?*

T. Torniamo alla genesi di questa teoria. Io la proposi nel mio libro *Stabilità strutturale e morfogenesi* scritto negli anni 1967-1968 e pubblicato nel 1972. Nel frattempo, questo libro circolò sotterraneamente. Trovò un lettore attento nella persona di Christopher Zeeman. Questi riprese l' idea in un quadro molto più generale, quello della teoria generale dei sistemi[9]: è l'idea che ogni sistema può essere rappresentato come una scatola nera con terminali di ingresso e di uscita. Si studia la corrispondenza fra i segnali di ingresso e i segnali di uscita e, mediante l'analisi di questa corrispondenza, si tenta di comprendere i meccanismi all'opera nella scatola. D'altronde, questo indica chiaramente che la teoria delle catastrofi, sotto la sua forma più pura in un certo senso, è proprio un'ermeneutica. Essa non ha nulla di demiurgico come la fisica. In fisica, si dice: ci sono delle leggi, le scopriremo. La teoria delle catastrofi dice semplicemente: c'è continuità, continuità delle funzioni, delle loro derivate. Per conseguenza si può trattare l'oggetto come un oggetto analitico e fare dei diagrammi, delle figure del tipo delle singolarità analitiche. Questa è la filosofia soggiacente.

Per tornare alle applicazioni, Christopher Zeeman ne propone un gran numero: l'aggressività del cane, il crollo della borsa, le rivolte nelle prigioni, l'analisi del comportamento dei pirati dell'aria, le malattie maniaco-depressive, in psicologia, in neurofisiologia, i battiti del cuore, la propagazione dell'impulso nervoso.Tutto questo si può descrivere con modelli catastrofistici. Per alcuni, si arriva a delle equazioni esplicite: è il caso della propagazione dell'impulso nervoso nella membrana dell'assone. Il modello catastrofista dunque non serve più a niente, perché si dispone di equazioni.

In fisica questa teoria suscita poco interesse: il proprio del fenomeno fisico, è di essere descritto, grazie alle leggi della fisica, con dei modelli quantitativi; vi sono dunque delle equazioni date dalle leggi. Esse non fanno appello all'intuizione, salvo eccezioni rarissime.

---

[9] Una panoramica eccellente si trova in E. Agazzi (a cura di), *I sistemi tra scienza e filosofia* (Torino, SEI 1978)

Per contro, nei campi in cui non ci sono equazioni, ma in cui si osserva un comportamento globale abbastanza regolare, i modelli catastrofisti non mancano di interesse. I modelli proposti da Zeeman conferiscono alle situazioni considerate una certa intellegibilità. Essi non permettono l'azione, né la previsione, ma ciononostante non è una cosa da nulla. Se uno è un pragmatista puro e duro, dirà: "Non serve certo a gran cosa, se poi non si può agire! A che mi serve capire se non posso agire? ". Ma la natura è così fatta in modo tale che capire e agire non sono sinonimi. Si arriva spesso a capire le situazioni senza poter agire: è il caso di quel signore che, vittima di una inondazione, sale sul tetto quando il livello dell'acqua sale! In altri casi, si agisce efficacemente senza capire bene il perché. L'aspirina fa parte di questi fenomeni! È d'altronde una storia molto interessante (di cui purtroppo non posso garantire l'autenticità). La sua scoperta sarebbe stata dovuta al meccanismo psicologico seguente: molti soffrivano di dolori reumatici, e avevano constatato che questi dolori aumentavano col tempo umido. A chi è venuta l'idea? Sono forse i grandi pensatori magici del XV e XVI secolo, come Paracelso, che rifletterono sul problema: se si volevano guarire i dolori di questo tipo, bisognava guardare le piante che sopportano molto bene l'acqua. I salici sono tra quelli che gradiscono più di tutti l'umidità. Si fecero dunque dei decotti di foglie di salice: essi furono efficaci contro i dolori. Fu così che sarebbe nato l'acido salicilico. D'altronde, "salex " vuol dire salice in latino. Non so quanto vale questa teoria, ma è un esempio chiaro, che mostra come delle idee, a priori aberranti, possono ciononostante condurre a risultati concreti. L'aspirina, dopotutto, è una delle medicine migliori di cui si disponga e la cui diffusione è quasi universale.

D. *Ma non è su questo punto che si sono manifestate delle critiche?*

T. A dire il vero, non ho mai saputo di una critica circostanziata dei miei lavori. Ci furono affermazioni brutali del tipo: «Thom pretende che la conferma sperimentale delle sue idee non abbia importanza; si può dunque pensare con perfetta logica che le sue idee siano delle fantasie ». È un argomento di cui non bisogna sottovalutare la forza. Ma riposa su una ambiguità. La gente dice volentieri che si deve verificare tutto con l'esperienza. Sarebbe più giusto fare la distinzione fra esperienza e sperimentazione. Se si estende la sperimentazione all'esperienza, ci sono poche cose che ho detto di cui non si possa trovare una rappresentazione o una conferma nell'esperienza.

Ma oggi non ci si accontenta soltanto dell'esperienza: si vuole sperimentazione. Ora, io penso che la sperimentazione diventa necessaria e utile se non alla condizione di disporre di uno schema teorico soggiacente che sia abbastanza preciso, che permetta effettivamente di fare previsioni. Ora, lo schema delle catastrofi non permette in linea di principio di fare previsioni che siano suscettibili di un uso pragmatico. Per utilizzare una previsione in modo pragmatico, è necessario che essa sia quantitativa.

D. *Non è forse la differenza che c'è tra meditazione e azione?*

T. Forse, ma una meditazione che non sboccasse in una sorta di azione, non finirebbe che su se stessa, non sarebbe molto interessante.

D. *Cosa si può dire di questi due aspetti: spiegazione e previsione? La previsione rinvia alla formula che funziona bene e che, di conseguenza, quantifica correttamente, mentre la spiegazione può fornire un quadro di comprensione, che non quantifica né predice?*

T. Proprio così. È intorno a questo che gira il problema dei modelli catastrofisti. Talvolta, essi si possono rendere quantitativi; e allora hanno, in una certa misura, qualcosa a che fare con la modellizzazione. In altri casi, essi sono puramente qualitativi, e non è ragionevole volerli rendere quantitativi. Il primo modello che ci ha proposto Zeeman, quello dell'aggressività del cane, è fondamentalmente qualitativo. Non si può dare una misura quantitativa dell'aggressività di un cane.

D. *Si definiscono solamente le condizioni in cui essa si manifesta?*

T. Zeeman sottolinea una certa gradazione nel comportamento, non priva di interesse. Ma non è per nulla un modello quantitativo.

4. Le polemiche suscitate dalla teoria delle catastrofi...

D. *Questi lavori hanno suscitato reazioni diverse, e qualche volta delle critiche severe. Lei ha, ancora oggi, voglia di rispondere ai suoi detrattori?*

T. Bisogna distinguere due periodi. Quello che riguarda direttamente la teoria delle catastrofi merita di essere descritto un po' più in dettaglio. Io concepii la teoria nella sua forma matematica. In seguito essa si impiantò in Inghilterra dove Christopher Zeeman propose delle possibilità di applicazione della teoria molto più ampie di quelle a cui avevo pensato io. Nella mia visione iniziale, i soli parametri di cui ci si debba preoccupare - quelli in cui ha luogo la morfologia - sono quelli dello spazio e, a rigore, dello spazio-tempo. Zeeman ha portato un'idea più audace, dicendo che si potevano considerare tutti gli spazi di controllo utilizzati nella teoria dei sistemi.

Io vedevo la teoria delle catastrofi come essenzialmente agganciata alle discontinuità qualitative del mondo, alle forme, dunque. Ciò che si chiama usualmente una forma, è sempre, in ultima analisi, una discontinuità qualitativa su un certo fondo continuo. Volevo proporre una teoria su questo genere di situazioni. Mi sono ovviamente posto nell'ottica delle forme dello spazio ordinario. Christopher Zeeman vi apportò l'idea seguente: nella teoria dei sistemi, si cerca essenzialmente di rendere conto di ciò che avviene in una scatola nera, in un sistema perfettamente isolato dal mondo esterno, che può agire su questo mondo esterno solo attraverso delle vie perfettamente controllate. Si scambiano materia e energia con il sistema interno alla scatola nera, e ne escono materia e energia. A tempi discreti - $t = 0, 1, 2, 3,$ ecc. -, si iniettano materia e energia nella scatola nera, secondo un certo protocollo, e poi si osserva quello che ne esce nello stesso istante; si può studiare allora il comportamento del sistema dal punto di vista dei segnali in ingresso e in uscita. La teoria riduzionista dirà: rompiamo le pareti di questa scatola per vedere ciò che c'è dentro. Quando si saprà esattamente che cosa c'è, allora potremo spiegare come funziona. I teorici dei sistemi rispondono: no! Non si può rompere la scatola, soprattutto se si tratta di un essere vivente! È d'altronde frequente che non si possa rompere la scatola nera. Quale di questi due metodi è il più fecondo? Mi guarderò bene dal distinguere con un taglio netto. Nella scienza contemporanea, tutti vi diranno che è il metodo riduzionista. È vero che il metodo della teoria generale dei sistemi richiede del cervello, una certa capacità di interpretazione. Non è dato a tutti. Invece realizzare una analisi chimica molto fine, esplorare qualche cosa con degli strumenti ben calibrati, questo lo può fare chiunque conosca la tecnica. Tanto più che nella filosofia sperimentale contemporanea, purché si abbiano dei criteri rigorosi di controllo, si ottiene il risultato. Nessuno vi darà fastidio su questo. Un'interpretazione, la si può sempre contestare. La tendenza attuale è dunque a ridurre il sistema ai suoi elementi e a vedere se si può modellizzare la dinamica del sistema a partire da questa decomposizione in elementi, supposti semplici. Ma questo metodo comporta un certo numero di ostacoli molto importanti. Il primo, è che un sistema è talora composto da un numero considerevole di elementi. Andando fino agli atomi, si raggiungono rapidamente dei numeri considerevoli, come 10^{22} o 10^{23} . È fuori questione modellizzarli uno per uno. L' approccio dinamico classico fallisce. La dinamica quantistica fallisce anch'essa : benché statistica, essa tratta dei fenomeni a una scala che non può in realtà abbandonare, quella dei fenomeni molto piccoli. L'approccio globalista, invece, procede diversamente : invio un certo flusso, un input nel mio sistema all'istante $t = 0$. Guardo l'output nel medesimo istante, e ripeto l'operazione. Se suppongo che entrate e uscite siano parametrizzate come vettori in uno spazio, per esempio con un numero, con X all'entrata, e Y all'uscita, segnando il punto (X, Y), ottengo un punto nel piano. Ripetendo l'operazione, ho alla fine una nuvola di punti che posso lasciar continuare indefinitamente. La filosofia generale di questo metodo consiste nel dire: tenterò di determinare l'andamento di questa nube di punti, e, passando all'interpretazione, troverò il meccanismo determinista più semplice che possa generare questa nuvola di punti.

L' ampliamento della mia teoria è consistito nel fare un' ipotesi generale sulla dinamica interna alla scatola. Essa è la seguente: ammettiamo che il sistema evolva nel corso del tempo in modo tale che, somministrando sempre lo stesso segnale di ingresso, si ottenga sempre lo stesso segnale di uscita. Si ha dunque una nube di punti ben definita nella scatola: si potrà allora interpretare questa nube di punti come un attrattore, cioè una specie di stato limite di traiettoria del sistema, o un insieme di stati limiti delle traiettorie del sistema. Se si ha per esempio un equilibrio chimico, e si studia la variazione delle concentrazioni delle sostanze che reagiscono, e se l'equilibrio è puntuale, si avrà un punto unico come attrattore del sistema. L'idea era che, per molti sistemi naturali, gli attrattori sono, in fondo, degli oggetti relativamente semplici. Il meccanismo può essere molto complicato, ma l'attrattore doveva essere relativamente semplice. E questo è il caso in quelli che si chiamano i sistemi di gradienti. Una caduta di corpi in cui non ci fosse energia cinetica, caduta di corpi di massa nulla, con una certa dissipazione di energia, questo dà una dinamica di gradienti. I corpi cadono, verso il punto più basso che possono raggiungere. Il minimo di potenziale ci dà, in questo caso, l'attrattore. Secondo questa idea, occorreva in primo luogo considerare i sistemi che sono retti da dinamiche di gradienti e studiare effettivamente ciò che avviene in questi sistemi. Lo spazio delle configurazioni si decompone in bacini di attrazione, ciascuno dei quali va verso un minimo. Lo si può immaginare pensando a una carta geografica : i fiumi scorrono in bacini, che sono in generale dei laghi o dei mari. Teoricamente, in una situazione matematica, si tratta di punti. Tutto il problema, quando si vuol fare del determinismo in un sistema di questo genere, consiste nel sapere in che bacino ci si trova. In geografia, se si è sull' altopiano di Langres, si avrà difficoltà a sapere se si va verso la Saône, verso la Meuse o verso la Marne. Versando dell'acqua per terra, per seguire la traiettoria, si dovrà prendere una carta molto precisa per sapere in quale bacino ci si trova . Il problema della previsione, nel caso della dinamica di gradienti, è un problema semplice: basta insomma determinare in quale bacino di attrattori ci si trova. Gli attrattori sono in generale dei punti. Eccezionalmente, questi possono essere delle curve o delle superfici; è una situazione instabile che, in generale, scompare rapidamente. Se si fanno delle ipotesi di stabilità del sistema, dal punto di vista della sua configurazione, allora non ci sono, per i gradienti, altro che dei punti. È una situazione molto favorevole che si presta volentieri alla matematica. Essa fa parte precisamente di ciò che ho chiamato "teoria delle catastrofi elementari". Questa terminologia, del resto, è rimasta.

L'idea di Zeeman era dunque quella di dire : se guardo una nube di punti nello spazio dei segnali di ingresso e prodotta dai segnali in uscita, cercherò di interpretare la figura che vedo, come associata ad un attrattore di un sistema dinamico. È perfettamente possibile. In quasi tutti i casi, si può interpretare il luogo in cui i punti si accumulano come delle specie di tovaglie, che saranno dei minimi di un certo potenziale; si potrà allora studiare questa famiglia di potenziali quando si fanno variare i parametri di controllo che agiscono sul sistema. I sistemi dipendono da variabili rapide (dette "interne") che parametrizzano lo spazio di configurazione, e da variabili lente (dette "esterne") che, nel caso del controllo, hanno valori fissati dallo sperimentatore. Lo spazio di questi valori è detto allora "spazio di controllo". Questi parametri di controllo, sono quelli che agiscono sul sistema, che ne modificano la dinamica: per esempio, la temperatura o la pressione, supposte costanti e definite globalmente. Ad ogni punto dello spazio di controllo corrisponde un certo attrattore ultimo. Si proietta allora l'insieme di questa configurazione sullo spazio di controllo e si hanno delle tovaglie, delle regioni in cui dominano gli attrattori. Un attrattore domina in una regione, un altro in un'altra regione. Ci si sforza di tracciare la linea separatrice fra queste regioni. Se è possibile, si può allora, fissando i valori di controllo, prevedere esattamente dove andrà a finire il sistema. Situazione estremamente favorevole. Ciò che apporta la teoria delle catastrofi, i teoremi matematici che le sono associati, sono dei mezzi di classificare ciò che avviene per questi bacini di attrazione e i loro limiti quando si suppone che tutta la configurazione sia strutturalmente stabile. Vale a dire che essa non varia qualitativamente quando si variano un po' i parametri di controllo o le variabili di ingresso e di uscita che possono presentarsi. Tutto questo fa sì che la teoria si presenti matematicamente molto bene, ma le possibilità di applicazione hanno subito costituito un problema.

Perciò Zeeman ha applicato la teoria in situazioni estremamente varie, tratte dalla sociologia, dalla biologia, dalla medicina[10].

D. *È il caso della sindrome maniaco-depressiva, per esempio...*

T. La può interpretare alla maniera dei catastrofisti come una lotta tra due regimi stabili che si dividono in qualche modo il comportamento dell'individuo. Seguendo la stessa linea un amico di Zeeman presentò un modello dell'anoressia mentale.

La risonanza nei mass-media fu considerevole quando Zeeman presentò queste conclusioni al congresso dei matematici di Vancouver, nel 1974. Si disse che era un mezzo straordinario per fare modelli dei fenomeni in cui non c'è apparentemente nessuna legge matematica soggiacente.

Le prime contestazioni vennero da oltre-Atlantico. Si dice perfidamente che il Nuovo Continente non accetta volentieri le innovazioni che gli vengono dal Vecchio Continente. Resta che le critiche sono venute da laggiù.

D. *Qual era la natura di queste critiche?*

T. Riguardavano due punti. Il primo riguardava una certa insufficienza concettuale dell'applicazione o, piuttosto, il fatto che le ipotesi richieste per far funzionare il modello della teoria delle catastrofi sono

[10]Queste riflessioni affascinanti si possono trovare trattate in modo più disteso e comprensibile (sia pure rigoroso) nella letteratura sul cosiddetto "caos deterministico" e sui frattali. Si veda fra gli altri il volume di H. -O. Peitgen e P. H. Richter, *La bellezza dei frattali*, Bollati Boringhieri, Torino, 1987). Una discussione legata al significato del caso nelle teorie sull'origine dell'uomo e dell'universo si troverà in: Giuseppe Del Re, *La Danza del Cosmo*, Utet, Torino, 2006.

ipotesi estremamente restrittive. Una dinamica dei gradienti è una dinamica molto speciale. Una dinamica di punti pesanti gettati nello spazio, non è una dinamica di gradienti. Quando si getta un corpo solido, pesante, nello spazio, la sua energia è composta di due parti : l'energia potenziale e l'energia cinetica. La prima darà effettivamente luogo a una dinamica di gradienti, per dissipatività. L'energia cinetica no. Essa dà piuttosto luogo a ciò che si chiama una dinamica hamiltoniana, una dinamica in cui non c'è perdita di energia per dissipazione. L'aspetto delle traiettorie ne viene notevolmente modificato. A seconda che si adotti un'ipotesi in cui c'è una sorta di attrito infinito (è in fondo l'ipotesi della fisica aristotelica) o un'ipotesi senza attrito, in cui le cose si svolgono assolutamente liberamente, senza perdita di energia, ci può essere una certa degradazione dell' energia, ma non ci può essere perdita. Questa osservazione si può fare per l'attrito : c'è anche conservazione dell'energia. Ma poiché non ci si interessa dell'energia termica, il calore che deriva da questo attrito viene trascurato. L'energia, quella che si chiama libera, dunque diminuisce.

C'è dunque un'obiezione.

Ce ne è un'altra, più sottile, che proviene da gente che studiava per lo più i sistemi dinamici che obbediscono alle leggi fisiche. Non sono sistemi dinamici gradienti.

Inoltre, per far funzionare il modello delle catastrofi, bisogna fare l'ipotesi di posizioni generali, di stabilità strutturale. Ci hanno dunque obiettato che l'universo è ciò che è, e che non se ne possono cambiare le leggi per rendere strutturalmente stabili i sistemi che non lo sono. Le leggi sono quelle che sono: non si possono perturbare. Bisogna dunque guardare le cose come sono e non divertirsi ad applicarci delle teorie matematiche più semplici, solo perché sarebbero più semplici.

D. *Le due obiezioni si ridurrebbero dunque ad indicare che la teoria delle catastrofi non si accorda veramente al reale manifesto...*

T. Ma ce n'è stata una terza, che ha ampiamente raffreddato gli entusiasmi: per ragioni teoriche, la teoria non permette la previsione quantitativa, una vera previsione, dunque. Un modello catastrofista non è fondato su equazioni; equazioni sulle quali ci si permette un certo numero di deformazioni: dei cambiamenti di variabili, in particolare, delle perturbazioni, delle deformazioni. È ciò che resta invariante, insomma, quando si fanno delle perturbazioni, che è il contenuto solido della teoria delle catastrofi. Ora, questo contenuto solido è qualitativo e non quantitativo. Tutti si sono subito ricordati la vecchia formula di Rutherford che cito all'inizio di *Stabilità strutturale e morfogenesi* : "Qualitativo non è altro che un quantitativo scadente". Mi dissero allora che effettivamente la teoria delle catastrofi in se stessa non permette la previsione esatta delle cose, e nemmeno una previsione quantitativamente approssimata, cosa più grave.

D. *Essa dunque spiega come si svolge il fenomeno, ma non può dire in quale punto e in quale momento esso avrà luogo?*

T. Gli obiettori mi hanno detto: lei ci propone una metafora. Bisogna interpretare questo rimprovero come un'obiezione o come un complimento? Io lo prendo personalmente come un complimento. Disporre di una metafora laddove non c'era niente, è già un bel progresso ! Ma la gente laggiù lavora solo sui calcolatori; vogliono poter disporre di dati numerici. Viene da confessare che, in questo campo, la teoria delle catastrofi fallisce in modo deplorevole. A mia conoscenza non ci sono modelli quantitativamente numerici, fondati sulla teoria delle catastrofi, che abbiano dato dei risultati veramente interessanti. Forse nel campo della statistica, ma bisognerebbe guardare più da vicino.

D. *Che risposta dà lei a questo primo gruppo di obiezioni?*

T. Sul problema dell'inefficacia predittiva della teoria, penso che abbiano ragione. L'ho detto subito, quasi un anno prima che queste obiezioni arrivassero dagli Stati Uniti. Ne avevo discusso con Christopher Zeeman. Lui, molto ottimista, pensava che potesse funzionare numericamente. Io gli rispondevo che sarebbe stato un miracolo.

È effettivamente una teoria puramente matematica, che non dice nulla sulla natura dei fenomeni soggiacenti, sulla loro natura fisica, chimica, biologica. Postulare che possa dare dei risultati quantitativi, significa affermare che quasi qualunque tipo di fenomeno è retto da leggi quantitative esplicite. Non so se il determinista più convinto, che era Leibnitz, l'avrebbe accettato. La teoria delle catastrofi non ha il potere di matematizzare una situazione che, di per sé, non è matematizzabile, che non è soggetta a leggi che rientrino nel formalismo delle leggi fisiche. È una cosa di cui poca gente ha coscienza: pochi fenomeni della natura sono retti da leggi quantitative esatte e precise. Per definizione, è il campo della fisica, si potrebbe dire. Tutte le altre leggi sono approssimate.

D. *C'è tutta una serie di fenomeni che è il risultato di un numero così grande di concause incrociate che è difficile trovare un modello in grado di dare una descrizione precisa e che permetta di fare una previsione. E tuttavia si utilizzano le statistiche, le probabilità, per determinare almeno degli intervalli in cui sarà contenuto il valore.*

T. Esiste tutta una tecnica che appartiene a ciò che si chiama analisi numerica, cioè alla matematica applicata e permette di fare valutazioni approssimate nelle situazioni che in ultima analisi dovrebbero avere una radice fisica abbastanza precisa, ma sono talmente complesse, miste, che non si è in grado di trovare immediatamente una legge quantitativa precisa.

D. *Qual era allora lo statuto della teoria delle catastrofi? Lei parla di qualitativo opposto al quantitativo. Quella teoria non poteva fornire una sorta di quadro teorico astratto, una certa tendenza per un certo comportamento?*

T. L'uso del termine tendenza è abbastanza giusto. Ciò che offre la teoria delle catastrofi, soprattutto delle catastrofi elementari, è la descrizione dei conflitti di tendenze. Ma il numero di questi conflitti deve essere piccolo, due o tre al massimo, quattro al limite, anche se non mi sento in grado di citare un esempio convincente di morfologia dedotta dal conflitto di quattro tendenze. Si può dunque dedurre almeno una tassonomia delle situazioni di conflitto, che si traduce effettivamente in una ripartizione in bacini, in uno spazio di controllo, in cui ogni tendenza, ogni attrattore, domina un campo suo proprio. Ciò che dà la teoria delle catastrofi è la morfologia delle superfici, in cui si salta catastroficamente da un regime all'altro.

D. *Ciò che può sollevare polemiche è l'utilizzazione di queste tendenze, di queste morfologie spazio-temporali per fenomeni complessi come i comportamenti sociali o altri fenomeni di questo tipo.*

T. Non credo che le obiezioni siano venute dalle scienze umane, dalle scienze sociali, come si dice negli Stati Uniti. Quella gente, al contrario, è stata piuttosto contenta che si potesse iniettare un po' di matematica nei loro dati. Le obiezioni venivano dalla matematica applicata, dagli specialisti delle equazioni e delle derivate parziali, dall'idrodinamica, dalla meccanica dei fluidi, insomma, dalle discipline che direi semi-dure. Non volevano perdere il beneficio di avere equazioni che si potessero trattare e con le quali si potessero fare delle previsioni, a profitto di un modellismo un po' debole, che non avrebbe dato che interpretazioni qualitative. Era un po' una reazione corporativa; così tutta la corporazione dei matematici applicati si è levata contro questa teoria.

D. *È una teoria che propone in effetti delle procedure esplicative di cui la filosofia può trarre vantaggio.*

T. L'interesse essenziale di questa teoria è certamente di fornire nelle scienze e altrove degli schemi di intellegibilità. E questo mi sembra abbastanza prezioso. Anche se talvolta ci si inganna; anche se talvolta la realtà è retta da un genio maligno che ci propone delle pseudo-intellegibilità. Questa teoria ha per interesse principale di proporre una teoria matematica dell'analogia. L'analogia, è un'operazione mentale che, in linea di principio, non ha niente a che fare con un substrato ben definito. Si può applicare il pensiero analogico a delle situazioni molto diverse, senza preoccuparsi di avere a che fare con la fisica, la chimica, la biologia, la sociologia.

D. *La metafora è dunque un buono strumento.*

T. Certamente. Konrad Lorenz, nel discorso di accettazione del premio Nobel, fece un'osservazione che mi colpì molto quando la lessi, qualche anno più tardi. Disse : "Qualunque analogia è vera". È certamente una formulazione un po' eccessiva, ma se si aggiunge : "Ogni analogia, purché sia accettabile semanticamente, è vera", credo che divenga una formulazione perfettamente rigorosa. Altrimenti detto: se, con uno sforzo della mente, ci si convince che un'analogia è corretta, questa correttezza, che proviene da un esame puramente mentale dei termini dell'analogia, implica la verità dell'affermazione. In questa situazione, la *forma mentis* determina insomma la verità dell'analogia.

D. *Non c'è allora il rischio che ogni individuo abbia i suoi propri procedimenti analogici, e che nessuno di essi sia sufficientemente collettivo da potersi comunicare in maniera rigorosa?*

T. Ci sono dei casi in cui l'analogia è perfettamente esplicita. Se lei prende la vecchia analogia aristotelica: "Sera rispetto al giorno è come la vecchiaia rispetto alla vita" - analogia che prende la forma di una frazione, di una proporzione, di un'uguaglianza fra due rapporti. È chiaro che il nodo organizzatore dell'analogia, è questa idea di fine di uno stato stazionario, di fine di un periodo di tempo, ciò che si chiama vecchiaia da un lato e ciò che si chiama sera dall'altro. È una sorta di prossimità dell'istante terminale, del punto terminale dell'intervallo che uno considera. C'è qui una geometria soggiacente che esprime interamente il contenuto dell'analogia. Non ci si può obiettare nulla. La sua forza probatoria è confrontabile con quella dell'aritmetica.

D. *Questo è dunque il primo aspetto, il primo momento delle polemiche. E il secondo?*

T. Veniamo al secondo aspetto. La collettività scientifica ha manifestato una disaffezione progressiva riguardo a questa teoria. All'epoca del suo trionfo, ricevevo da due a tre modelli catastrofisti a settimana nella posta, e da tutti gli orizzonti. Se adesso ne ricevo uno al mese, è il massimo. Sociologicamente, si può dire che questa teoria ha fatto naufragio.

Ma in un certo senso è un naufragio sottile, perché la maggior parte dei concetti che ho introdotto hanno fatto il loro cammino. In effetti sono passate nel linguaggio di tutti i giorni, e tutti parlano di rughe, si sa che cosa è una coda di rondine, ecc. Queste idee sono penetrate nel bagaglio ordinario dei modellizzatori. Dunque, è vero che, in un certo senso, le ambizioni della teoria sono naufragate, ma la pratica, in quanto tale, ha avuto successo. Solo che i teoremi matematici non sono oggetto di brevetti, e non me ne è venuto alcun beneficio. D'altronde è una buona cosa: fa di questo campo scientifico uno degli ultimi che sia puro da ogni imperativo commerciale. Da questo punto di vista, almeno, tengo molto allo scacco della teoria delle catastrofi!

D. *Alcuni elementi costitutivi della teoria sono dunque usati attualmente?*

T. Certamente.

D. *E la teoria in generale invece, è abbandonata?*

T. La teoria nella sua ambizione, sì. Ci sono state divergenze tra Christopher Zeeman e me: lui è rimasto molto ottimista nel suo principio riguardo alle capacità modellizzatrici in senso quantitativo e predittivo; è un terreno che, da parte mia, abbandono volentieri alle critiche. La teoria generalizzata l'ho sviluppata piuttosto in campi a carattere filosofico. L'ambizione di avere dei risultati non è immediata. E non ci sono veramente polemiche in questo campo...

D. *Non le fecero obiezioni sul fatto che lei sviluppava una teoria che si applicava indipendentemente dal substrato?*

T. È certamente qualcosa di difficile da ingoiare, anche per una mente che non fosse strettamente scientifica: nessuno crederà che il comportamento di un solido sia lo stesso del comportamento di un liquido o di quello di un gas. E avrà ragione di non crederlo ! Ma questa obiezione, stranamente, non mi è stata rivolta. Forse perché era troppo evidente !

Tuttavia, quando si esaminano le cose più profondamente, ci si rende conto che la teoria delle catastrofi non cessa di avere una certa validità, malgrado le proprietà diverse dei substrati. Un esempio tipico è lo spigolo, qui, che separa la superficie orizzontale dalla superficie verticale di questo asse di legno della tavola. Ci vedo un luogo di catastrofe, perché c'è cambiamento da un regime verticale a un regime orizzontale. I due si incontrano secondo uno spigolo. Essa proviene dal taglio di una tavola che era inizialmente continua, e l'azione della sega sul legno è la realizzazione di una catastrofe elementare. È la ruga duale, in un certo senso l'anti-ruga. La catastrofe statica che abbiamo qui è la memoria di una catastrofe dinamica che ha avuto luogo nel momento in cui è stata fabbricata questa tavola. I solidi, dunque, conservano memoria di tutte le catastrofi che hanno subito. Il solido non è molto interessante dal punto di vista dinamico. Il solido è piuttosto statico. Ma ha l'interesse di essere depositario delle azioni passate, e questo lo rende interessante per l'interpretazione delle forme. È una memoria. Il liquido, quanto a lui, ha poca memoria, e il gas ancora di meno, perché prende la forma del recipiente che lo contiene.

D. *Questo modo di non tener conto del substrato la conduce a proporre dei quadri esplicativi.*

T. Le difficoltà riguardo al substrato non appaiono soltanto nella misura in cui dei fenomeni divengono in qualche modo statici. C'è un processo morfologico, ed esso si ferma : si ottiene una forma che si deve interpretare. Bisogna dunque risalire alla sua genesi. E lì, a quello stadio della genesi, la teoria delle catastrofi si può applicare senza prendere troppo in considerazione la natura del substrato. D'altronde ci si può benissimo ferire con un foglio di carta: esso non è molto rigido, ma se lo si urta abbastanza rapidamente, ci può ferire. È una questione di velocità relativa, che può annullare in una certa misura le flessibilità relative dei due mezzi. Ci sarebbe tutta un'analisi da fare sulla possibilità di far sparire le proprietà specifiche di un mezzo alle grandi velocità.

D. *Qual è stata la seconda categoria di polemiche?*

T. Si è usciti dalla teoria dei gradienti con la considerazione di ciò che viene chiamato il caos. È comparso negli anni 1975-1980: allora è nata la nozione di attrattore. E ci si è trovati dinanzi al problema della loro biforcazione. Purtroppo è un problema di una complessità straordinaria. Anche equazioni semplicissime, equazioni differenziali in cui ci sono due parametri, possono esibire un diagramma di biforcazione paurosamente complicato. Ed è legato ad un'altra problematica, il problema della stabilità strutturale, che ha avuto una grande parte nella controversia sulla teoria delle catastrofi. Ero partito con l'idea che quasi tutti i sistemi differenziali, e addirittura che in un certo senso un sistema dinamico, fossero strutturalmente stabili.. È vero in dimensione 2, e ciò è stato dimostrato su superfici orientabili da un matematico brasiliano amico mio, ma quando passammo alla dimensione 4, incontrammo uno scoglio. Constatammo che c'erano sistemi differenziali in cui, in questa dimensione, si poteva, con un piccolo cambiamento di parametri, ottenere un'infinità di tipi topologici del sistema corrispondente. Altrimenti detto, c'è un'instabilità topologica del sistema in quasi tutti i punti dello spazio di controllo. Fu in effetti la rovina del fondamento teorico della teoria delle catastrofi.

Questo rappresentò una certa delusione per me, perché speravo che con l'idea di stabilità strutturale, si potesse reintrodurre un po' di regolarità nel mondo. In realtà, bisogna ben rendersi conto che l'instabilità che dispiegano questi sistemi è poco visibile. L'attrattore è una struttura estremamente filamentosa, una struttura frattale come si dice oggi, e cambia allora continuamente la configurazione dei suoi filamenti. Se si guardano le cose da lontano, non ci si vede alcuna differenza. La struttura fine dell'attrattore cambia costantemente, ma il suo carattere attrattivo globale non cambia granché. Se non si fa una teoria matematica fine, si possono sviluppare considerazioni di stabilità strutturale che sono del tutto simili a quelle della teoria delle catastrofi. È una via che si sta esplorando in questo momento e c'è gente, all'università di Nizza per esempio, che segue questa direzione.

Lei ha certamente sentito parlare della moda del caos. È un qualcosa che è stato lanciato una decina di anni fa: hanno scoperto un vecchio risultato di matematica dovuto a Hadamard nel 1902. Questi disse che su una superficie di genere 2 - si pensi ad una ciambella con due buchi - , se si introduce una metrica appropriata, una metrica iperbolica costante, allora due traiettorie geodetiche, divergeranno sempre. Altrimenti detto, se si prendono due posizioni iniziali molto vicine, alla fine di un certo tempo, i punti che percorrono queste geodetiche si ritroveranno molto lontani l'uno dall'altro e in una situazione statisticamente caotica. I fisici non dettero gran peso alla cosa. Alla fine però, questo fenomeno, detto di "dipendenza sensibile dalle condizioni iniziali", fu riscoperto soltanto negli anni 1975-1980. L'unico dato che resta allora è un dato statistico. Bisogna guardare le evoluzioni asintotiche e vedere se ci sono proprietà che consentono di fare una media del flusso nello spazio, proprietà che sono le sole invarianti. Un sistema del genere è stato chiamato "caotico".

[C. Qui la mente geniale di Thom ricollega più esplicitamente di prima la teoria delle catastrofi alla famosissima "scoperta" del caos deterministico, dei frattali, ecc.].