

Bernard Thomas Vinaty

PROBABILITÀ': ORIGINI E SVILUPPI DI UN'IDEA*

La versione ufficiale della nascita del calcolo delle probabilità è riassunta con piglio retorico ma conciso da un noto probabilista del secolo scorso, Denis Poisson, secondo cui l'origine del calcolo delle probabilità sta in «un problema intorno ai giuochi d'azzardo proposto ad un austero giansenista da un uomo di mondo».

I racconti universalmente ripetuti e divenuti familiari vanno sottoposti a rilettura critica. Possiamo fare tre osservazioni in margine a quanto sostiene Poisson.

Prima osservazione: l'austero giansenista si chiamava Blaise Pascal, e veniva consultato dal cavalier De Méré, giocatore. Blaise Pascal trovò, contemporaneamente al suo conoscente, il magistrato Pierre de Fermat, la soluzione di due problemi, anziché di uno solo.

L'uno riguardava lanci ripetuti di due dadi.

Il quesito era il seguente: quanti lanci debbo richiedere al mio avversario in modo da avere una probabilità di ottenere un lancio con doppio sei, almeno uguale a quella di non ottenerlo?

Basandosi sull'osservazione e su un ragionamento inesatto, De Méré supponeva che la risposta fosse 24 lanci. Pascal dimostrava che ne occorrevano almeno 25.

L'altro problema aveva per oggetto i giuochi che si svolgono nei tornei, cioè in serie di partite. Quando, in seguito a qualche circostanza

* Testo della conferenza tenuta presso l'Università di Lecce giovedì 11 marzo 1993.

estranea al giuoco, la serie delle partite viene interrotta, come si deve dividere la posta messa in giuoco? Ad esempio, se si è deciso che guadagnerà l'intera posta colui che per primo avrà vinto quattro partite, come si dovrà dividere la posta se il giuoco è interrotto dopo la terza partita?

Rileviamo - e ciò sarà la nostra prima osservazione -, che la soluzione di questi due problemi richiede sviluppi che vanno oltre il semplice assunto che, astrattamente considerato, un dado lanciato in aria ricade su una delle sei facce del cubo, e queste sei ricadute sono eventualità equipossibili.

Lo si sapeva almeno fin dal *De ludo aleae* di Girolamo Cardano, un secolo prima; e, nel frattempo, l'analisi combinatoria aveva ottenuto parecchi risultati.

La seconda osservazione è più sorprendente: nello scambio epistolare che accompagnò la discussione dei due problemi e delle loro soluzioni, né Pascal né Fermat usano l'espressione «calcolo delle probabilità». Denis Poisson che è stato citato, scrive nel 1837 e i fatti da lui riferiti risalgono al 1654. Lo stesso Pascal parla della «geometria dei casi», locuzione che potremmo anche tradurre «aritmetica delle eventualità», poiché si tratta di applicare a degli eventi i metodi enumerativi.

Ultima e terza osservazione: la parola «probabilità» appare in Pascal, nei medesimi anni, in un tutt'altro contesto; Pascal contesta l'applicazione che i casuisti gesuiti fanno della «massima delle probabilità»: si è obbligati in coscienza ad osservare solo i precetti che sono certi nella loro formulazione e nella loro promulgazione, e quindi «basta il parere probabile di un direttore spirituale competente per ritenersi esenti dal dovere di soddisfare un precetto». Oggi saremmo inclini a tradurre il dibattito seicentesco sul probabilismo morale in termini di logica delle norme.

Di solito, gli storici si accontentano di rilevare che ci troviamo di fronte ad un equivoco derivante dalle vicissitudini dell'evoluzione semantica del vocabolo «probabile». In contrapposizione con la tesi di un puro accidente lessicale, la presente relazione ha lo scopo di mettere in chiaro che l'ambiguità della parola «probabilità» durante la seconda metà del Seicento è assai significativa.

- Da una parte, essa dà ad intendere che le due nozioni di «probabilità» e di «casualità» si siano sviluppate in modo autonomo e indipendente;

- dall'altra, che l'idea di «probabilità» si trovi al centro di due diverse costellazioni concettuali in due epoche successive, la prima dall'Antichità classica fino al Rinascimento incluso, la seconda dal Seicento fino ai nostri giorni.

Propongo di sottoporre questa congettura alla prova di un triplice esame:

- primo, dell'analisi degli incontri fortuiti, dalla quale è nata l'idea di «caso». Su quale base si è formata l'associazione della probabilità con il caso?

- secondo, delle nostre aspettative, quali vengono teorizzate in una dottrina delle deliberazioni e delle previsioni;

- terzo, di una logica induttiva, che fonda le nostre previsioni sull'osservazione delle frequenze nel ripetersi dei fatti.

* * *

Le accezioni basilari della probabilità e della casualità

La considerazione del probabile ha una duplice origine: l'incerto e il fortuito. Naturalmente, incertezza e casualità hanno stretti collegamenti. Siamo particolarmente incerti, davanti al caso, perché esso è imprevedibile.

Per altro la prima cosa da ribadire è che, presso i Greci, il termine «probabile» designa un attributo delle opinioni (*dóxai*), contrariamente a quanto riguarda la scienza o sapere teorico (*epistéme*), che ha per predicato proprio l'universale certezza, perché l'universalità ha il suo fondamento nella necessità.

Quasi sempre potremmo tradurre «probabile» con «plausibile».

La considerazione classica del probabile appartiene alla logica del plausibile.

Gli enunciati opinabili di per sé non sono né irrazionali e nemmeno irragionevoli. Rientrano nel campo sterminato delle considerazioni in materia contingente, ossia si estendono a tutto ciò che è, ma potrebbe non essere, oppure che non è, ma potrebbe essere. L'oggetto delle opinioni ha per caratteristica la contingenza, che viene definita, dal punto di vista logico, come la possibilità bilaterale di ciò che non è né necessario né impossibile.

Il profilo della probabilità che abbiamo appena delineato è ben diverso da quello moderno, secondo il quale «probabile» è l'attributo di un evento, e non di un enunciato. Si potrebbe obiettare che la

distinzione è speciosa, giacché molti enunciati hanno la funzione di indicare o di descrivere eventi. Certo, per i Moderni come per gli Antichi, la «probabilità» si attribuisce ad eventualità future, e poco importa se per eventualità viene inteso un enunciato relativo ad un fatto parzialmente indeterminato, oppure il fatto stesso. D'accordo, ma ciò che importa nel calcolo moderno delle probabilità è che le eventualità considerate siano enumerabili. E queste eventualità sono enumerabili, in quanto abbiamo buone ragioni per ritenerle equipossibili.

La considerazione moderna delle probabilità non appartiene più alla logica del plausibile, bensì all'analisi combinatoria che fornisce le chiavi per la corretta enumerazione delle eventualità, nonché le regole relative alle loro permutazioni e sostituzioni.

Sulla base dell'analisi combinatoria, la logica del probabile si trasforma in calcolo delle probabilità.

A questo punto domandiamoci come la probabilità è stata associata ai giochi di azzardo.

E' stato detto che il collegamento è avvenuto quando si è posto come assioma che, nel lancio di un dado a forma di cubo, la ricaduta su una determinata faccia è una eventualità fra sei eventualità equivalenti.

Viene da chiedersi: perché una osservazione apparentemente così semplice è stata fatta così tardivamente?

La prima testimonianza scritta che ci ha conservato l'enunciato di questa osservazione si trova nell'opera di Girolamo Cardano, *De ludo aleae*. E' vero che c'è una bella differenza tra fare una osservazione e assumerla come un principio basilare. Aggiungiamo poi che la pratica dei giochi d'azzardo faceva parte dell'arte divinatoria, e che, qui come in altri campi, l'età della superstizione precede sempre l'età della ragione.

Questa spiegazione non è tuttavia soddisfacente, perché, da una parte, una dottrina delle probabilità si era formata indipendentemente dalla pratica dei giochi d'azzardo, dall'altra, una teoria del caso aveva preceduto l'associazione delle probabilità con i giochi aleatori. A questo riguardo è significativo che i capitoli 4,5,6 del secondo libro della *Fisica*, nei quali Aristotele espone la sua concezione del caso, non fanno cenno ai giochi né ai sorteggi, ma ad altri eventi fortuiti. Tutti gli esempi proposti da Aristotele illustrano ciò che può avvenire in seguito a pure coincidenze. Il caso viene

definito da Aristotele come la congiunzione di due cause indipendenti che per coincidenza si trovano associate. Ognuna delle cause parziali esercita una causalità propria e specifica, ma la loro congiunzione risulta da un incontro fortuito. L'esempio classico è la tegola che cade su un veicolo che transita e lo danneggia. Un processo era in atto e preparava da tempo il distacco della tegola dal tetto; il veicolo si muoveva in modo da passare davanti al tetto in quel momento; nulla, tuttavia, predestinava la caduta della tegola in coincidenza con il passaggio del veicolo. Orbene, tale coincidenza ebbe l'effetto di danneggiare il veicolo. Un incontro fortuito ha dunque agito come [se fosse stato] una causa reale e specifica, mentre fu soltanto una causa accidentale. L'espressione scolastica «causa per accidens» ha questo significato: l'incontro fortuito, sorto da semplice coincidenza, agisce con tutte le apparenze della causalità, pur non avendo né la realtà, né la specificità di una causa naturale.

Lasciamo da parte la questione se esistano, o meno, catene causali indipendenti e se questa presunta indipendenza non sia piuttosto una illusione dovuta alla nostra ignoranza, circa la totalità delle cause. Comunque, constatiamo perlomeno che l'analisi aristotelica del caso è ben lontana dalla considerazione del lancio di dadi.

Concludiamo questa prima parte sottolineando alcuni aspetti dell'analisi aristotelica della casualità:

- il caso non consiste, secondo Aristotele, in qualche anticausalità. Il caso non è una causalità piena, perché non è completamente determinata; se comporta una privazione di causalità, questa mancanza relativa non riguarda l'efficienza, bensì la finalità.

Il caso si presenta dunque, secondo Aristotele, come la modalità della massima contingenza.

Egli distingue tutti gli accadimenti in tre classi:

- quelli che succedono sempre in determinate condizioni;
- quelli che succedono per la maggior parte delle volte («ut in pluribus», come dicono gli Scolastici latini), quando vi concorrono le condizioni favorevoli;
- quelli, infine, che succedono occasionalmente, quando si incontrano circostanze che, di per sé, sono estranee le une alle altre.

Con la distinzione della prima e della seconda classe, Aristotele intende separare necessità logica e necessità naturale. Illustra il suo pensiero con un esempio mediterraneo: se sotterrate un nocciolo di oliva, spunterà una pianticella di ulivo, e non di arancio; ma aggiunge:

non spunterà probabilmente nulla, perché non basta la determinazione specifica del seme; ci vuole il concorso di circostanze favorevoli alla germinazione. Tali circostanze non sono, tuttavia, fortuite, perché sono collegate naturalmente al processo della germinazione. Come in tutti i processi naturali, così la causalità della germinazione è permeata di contingenze. La germinazione, nondimeno, non è casuale. Perciò Aristotele distingue la terza classe di eventi dalle prime due. Non c'è un processo fisico che si chiami «uccisione di passanti per mezzo di tegole cadenti», ma ci sono fenomeni di cadute libere e di urti dirompenti. Si tratta, in tal caso, di coincidenza.

Dopo avervi riflettuto, ci accorgiamo del ruolo che il modo di affrontare la questione del caso ha avuto nell'associazione della teoria della probabilità, da una parte, e della teoria della casualità, dall'altra. Si profila, inoltre, una morfologia del casuale che ci fa distinguere

- gli incontri fortuiti che hanno effetto per coincidenza;
- gli eventi aleatori che risultano da sorteggi;
- le successioni caotiche, sottratte a qualunque forma di regolarità.

Il calcolo moderno delle probabilità ha esordito con la considerazione degli eventi aleatori.

Nel pensiero greco la logica del probabile e dell'improbabile era sorta dal confronto fra effetti naturali ed effetti fortuiti.

* * *

Il ruolo della probabilità nelle deliberazioni sulla fortuna

La considerazione delle probabilità interessa tutte le deliberazioni sugli esiti della buona e della cattiva fortuna. Colpisce l'insistenza con la quale Aristotele ribadisce la differenza fra il caso e la fortuna (*autómaton kái túche*). Difatti nella sua trattazione del secondo libro della *Fisica* su tre capitoli, ben due sono dedicati all'esame della definizione e degli attributi della fortuna. Non accennano esplicitamente alla probabilità, però, una lettura attenta scopre il legame tra fortuna e probabilità in varie riflessioni sulle nostre aspettative e deliberazioni.

Una osservazione simile può essere fatta in occasione della lettura dei moderni trattati di calcolo delle probabilità. In essi si parla molto del caso e poco della fortuna. Ma anche qui non dobbiamo

lasciarci ingannare dalle apparenze. Il capitolo che ha per titolo «la speranza matematica» rimanda implicitamente alle idee di fortuna e di rovina. Ora la nozione di «speranza matematica» rimanda ad idee che sono sorte appena dopo la soluzione dei due problemi su accennati da parte di Pascal e di Fermat. Peraltro, questo stesso concetto di speranza sta al centro del famoso argomento apologetico della scommessa in favore della credenza in Dio, svolto da Pascal nell'*Apologia della Religione Cristiana*, i frammenti della quale sono noti sotto il titolo di *Pensieri*.

Un incontro particolarmente fortunato, pur se non si trattò di un incontro personale, avvenne durante il secondo soggiorno di Christiaan Huygens in Francia. Conobbe il Cavalier de Méré e venne a sapere a Parigi della corrispondenza intercorsa fra Pascal e Fermat, tramite conoscenti di questi due protagonisti. Di intelligenza vivace e penetrante, Christiaan Huygens afferrò subito che la speranza di un guadagno costituiva il nocciolo di molti problemi di probabilità. Introdusse quindi e trattò in modo assiomatico la nozione di aspettativa: ciò che indichiamo oggi come «speranza matematica» era da lui designata con l'espressione di «geometrica expectatio».

Aveva scelto la parola «expectatio», - «aspettativa» per indicare il valore di un giuoco o di una scommessa. Definiva la «speranza matematica» come il prezzo di un vantaggio o di un guadagno sperato. In una lotteria, il prezzo equo per i biglietti è uguale all'ammontare del montepremi, diviso per il numero dei partecipanti alla lotteria. In una scommessa individuale, il prezzo ragionevole della scommessa è rappresentato dall'ammontare del guadagno scontato per la probabilità di ottenerlo.

Grazie alla considerazione dei prezzi equi e delle scommesse ragionevoli, Huygens sostituì la speranza matematica alla semplice probabilità combinatoria, come concetto centrale nei trattati che furono pubblicati alla fine del Seicento e durante il Settecento. La fonte comune di questi trattati fu la monografia latina *De ratiociniis in alea ludo* (*Dei ragionamenti nel giuoco aleatorio*), pubblicata da Christiaan Huygens nel 1657.

Quel testo fu il primo manuale a stampa sulle probabilità ed esercitò un influsso durevole sugli sviluppi del calcolo delle probabilità.

L'assunzione della «speranza matematica» come assioma della teoria della probabilità ebbe due corollari particolarmente in-

teressanti, in quanto hanno aperto la via a ricerche contemporanee nella teoria delle decisioni.

Secondo Huygens, in ogni giuoco o competizione, siamo invitati a giocare sulla base di un dato elenco di premi, che dipendono da risultati diversi. Un giuoco ha quindi un valore determinato che corrisponde alla speranza matematica di un giocatore informato delle condizioni fissate per partecipare al giuoco. Quando il giuoco viene ripetuto più volte, il giocatore che paga somme al di sopra della speranza matematica tende inevitabilmente a rovinarsi, mentre chi paga meno potrà guadagnare. E se la fortuna gli arride, dovrà prendere in tempo opportuno la decisione di ritirarsi dal giuoco.

Un'altra generalizzazione è consentita dalla considerazione della speranza matematica. Mentre, in precedenza, le probabilità combinatorie quelle del lancio dei dadi, per intenderci, prospettavano soltanto casi equiprobabili, possiamo adesso esaminare su casi non equiprobabili.

Il caso semplice è quello dell'acquirente di più di un biglietto in una lotteria. Si arriva quindi a completare la definizione della speranza matematica come la media aritmetica del prodotto del guadagno per la probabilità di ottenerlo e del prodotto della perdita per la probabilità di non evitarla.

Torniamo al testo di Aristotele. Niente vi prefigura la speranza matematica. In compenso, non mancano gli accenni al fatto che la fortuna intrattenga rapporti con le nostre deliberazioni, e anzitutto, presenti un legame paradossale con le nostre aspettative. Nella triplice classificazione degli eventi in costanti, frequenti e insoliti è chiaro che Aristotele si riferisce all'assunto platonico, secondo il quale tutto quanto avviene, succede, sia per effetto dell'ordine delle cose, sia per incontri fortuiti, sia come risultato di deliberazioni umane.

I ragionamenti pratici sui mezzi da scegliere o da preferire al fine di ottenere un risultato hanno per forma generale la deliberazione (*buléusis*). Se l'ordine delle cose fosse retto da una efficienza infallibile, la finalità sarebbe inutile. Poiché la contingenza ha un posto nel mondo, essa lascia uno spazio alle iniziative del libero arbitrio degli uomini.

Ed è proprio del pensiero poter deliberare, e deliberando, di conciliare efficienza e finalità.

I pensieri, pur tuttavia, sono sottoposti a contingenza, in quanto condizionati dalle circostanze.

Compete al saggio di condurre il corso dei suoi pensieri, in modo da accattivarsi i favori della fortuna e premunirsi contro le catastrofi della sfortuna.

Ma come ciò avverrà, dato che la fortuna è cieca e capricciosa? Certo, non si può deliberare sull'ineluttabile né sull'imprevedibile. Però la fortuna non è del tutto né l'uno né l'altro; e così ci è consentito di trasformare esiti fortunati, in occasioni di prosperità, e persino di felicità.

Secondo Aristotele, la buona fortuna consiste nella coincidenza fortuita di un esito a noi favorevole e impreveduto con un nostro augurio che era impedito ed inattuato. La cattiva fortuna, invece, è l'incontro fortuito di un esito per noi increscioso con uno scongiuro vanificato.

I «colpi» della buona e della cattiva fortuna sono aspettative, augurate o temute, sottoposte ad una sottile e segreta logica ottativa: «se l'avessi saputo, l'avrei voluto», «se l'avessi saputo, l'avrei evitato». Aristotele ribadisce che, mentre il caso concerne il concorso di cause efficienti indipendenti, la fortuna riguarda l'incontro di due cause finali eterogenee. Aristotele illustra il suo pensiero per mezzo di un esempio suggestivo, che adatto alle presenti circostanze. Un uomo d'affari leccese non riesce a riscuotere una somma di denaro da un debitore in difficoltà di pagamento. Un bel giorno d'estate, i due si recano sulla spiaggia di San Cataldo per rinfrescarsi e incappano inopinatamente l'uno nell'altro. L'incontro a sorpresa è una buona fortuna per il creditore e una cattiva fortuna per il debitore. Per il primo, l'intento prossimo di prendere il fresco si è felicemente incontrato con l'intento remoto della riscossione del debito; per il secondo, il medesimo intento prossimo si è infaustamente scontrato con l'intento di non comparire davanti al creditore.

Secondo Aristotele la fortuna è una causa accidentale nelle cose che avvengono per scelta in vista di un fine. Perciò il pensiero e la fortuna si riferiscono allo stesso oggetto, giacché una scelta non si fa senza pensarci su.

La fortuna ha dunque tutte le apparenze di una causa finale, senza esserlo veramente. Ciò spiega perché le tradizioni popolari hanno rappresentato la fortuna come una dea bifronte con i capelli sulla fronte e la nuca calva; infatti, si mostra insieme cieca e oculata, premurosa e persecutoria.

Se la fortuna è così incostante come potrà essere oggetto di deliberazioni? Qui prende posto il ricco repertorio aneddotico a proposito degli ottimisti e dei pessimisti. Ve lo risparmiò, ad eccezione di una battuta che caratterizza assai bene la logica dell'ottimismo e quella del pessimismo. Il pessimista va ripetendo: «Le cose non possono essere peggiori»; l'ottimista è colui che aggiunge: «Credimi, le cose possono essere molto, ma molto peggiori». Il saggio, per parte sua, non confonde mai il raro con l'impossibile, né il frequente con il necessario.

Ma, oltre ai consigli generici di avvedutezza, fin dall'Antichità, considerazioni probabilistiche hanno fatto parte delle deliberazioni pratiche sotto forma di una logica temporale delle eventualità.

La logica aristotelica è stata sovente ridotta alla sola logica delle attribuzioni, ma in essa si delinea anche una logica delle comparazioni. Questa, applicata alle eventualità frequenti o rare si prestava a prime forme di ragionamenti probabilistici. I logici della tarda Scolastica, riallacciandosi a fonti sia aristoteliche sia stoiche, hanno sviluppato una importante distinzione nei loro trattati *De consequentiis*, *Delle conseguenze*. Distinguevano le conseguenze semplici o naturali, che sono atemporali, perché l'antecedente non può essere vero senza che sia vero il conseguente, e ciò in ogni istante; e le conseguenze accidentali e temporali («ut tunc, ut nunc»), nelle quali l'antecedente non può essere vero, almeno in un determinato istante, senza che lo sia il conseguente nello stesso tempo. Proponevano un esempio di fattura tipicamente medievale: «Un cardinale francescano o domenicano è stato eletto Papa, dunque un maestro in teologia è ora Papa». Ma chi si ricorda oggi che, secoli fa, i frati avevano la fama di essere periti in teologia? Quest'esempio è assai simile a quello di Aristotele: «un flautista ha costruito la sua casa, con sorpresa dei vicini». E Aristotele commentava: «Il flautista ha costruito la casa in quanto muratore, e i vicini furono sorpresi che il flautista fosse allo stesso tempo muratore». In altre parole, il delinarsi di una logica temporale del concorso di circostanze preparava da lontano i ragionamenti probabilistici che stanno alla base del calcolo delle probabilità.

Questa logica delle eventualità faceva parte di un ideale di saggezza pratica, in contrapposizione alla saggezza teorica o contemplativa di Platone. Gli antichi avevano già rilevato che certi personaggi pubblici del loro tempo avevano il solo merito di essere

arrivati primi al concorso delle circostanze. Osservavano anche che i vantaggi acquisiti in modo improvviso e subitaneo erano anche quelli che sparivano più rapidamente. Raccomandavano, infine, di saper unire in connubio prosperità e felicità, pur mantenendole ben distinte, senza mai confonderle.

* * *

Le medie e l'osservazione delle frequenze

Concediamo che probabile-plausibile abbia preceduto il probabile-combinatorio; ammettiamo pure che certi schemi deliberativi abbiano prefigurato la nozione di «speranza matematica». Resta da affrontare una obiezione, la vera linea di demarcazione tra la concezione antica e quella moderna della probabilità è stata tracciata da Giacomo Bernoulli (1654-1705), con la dimostrazione del suo teorema del limite nell'*Arte della congettura*, probabilmente composta attorno al 1692 ma pubblicata soltanto nel 1713.

Questo teorema, detto anche «legge dei grandi numeri», asserisce che la differenza tra la frequenza relativa di un evento aleatorio nel corso di una serie di prove, da una parte, e la sua probabilità, dall'altra, diverrà piccola a piacere se la serie di prove verrà prolungata a sufficienza. L'interpretazione di questo teorema, esposto nella terza parte dell'*Ars coniectandi*, (*l'Arte della congettura*), è a tutt'oggi complessa e discussa. Ma grazie ad esso, Giacomo Bernoulli fondava l'inferenza statistica e gettava le basi del ponte che ora unisce il calcolo delle probabilità e la logica induttiva.

Conviene dedurre da questo fatto che fino ad allora qualunque forma di inferenza statistica era stata ignorata? Un capitolo della storia del pensiero matematico è stato trascurato: la storia delle origini e degli sviluppi della nozione di «media». All'origine, la media non ebbe alcun significato statistico. Ricordiamo inoltre che, nell'antica Grecia, l'aritmetica si configurava come teoria dei numeri, e non come calcolo numerico; ciò si spiega anche con il fatto che l'aritmetica aveva a che fare con la filosofia pitagorica e neo-pitagorica.

Nelle opere aritmetiche della tarda età alessandrina, cioè nei trattati di Nicomaco di Gerasa, di Teone di Smirne e del geniale Diofunto, le varie medie ricevono una trattazione esauriente.

La nozione di media è sorta inizialmente nella geometria, quando la teoria della misura ha esteso il suo campo dalle uguaglianze alle disuguaglianze. La prima applicazione è stata la divisione del segmento di retta in varie parti, e non solo uguali, ma pure disuguali. La madre di tutte le medie è la media aritmetica, fissata appunto dal punto medio o mezzo del segmento. La metà del segmento ha la proprietà che, per qualunque divisione del segmento, la differenza per eccesso rispetto alla parte minore del segmento è uguale alla differenza per difetto rispetto alla parte maggiore.

La media geometrica aggiunge alla divisione del segmento il calcolo di un'area: si tratta di dividere un segmento in modo che le parti del segmento formino i lati di un rettangolo che abbia una data superficie. Il problema inverso equivale a determinare, dati i lati di un rettangolo, il lato del quadrato di area uguale. La lunghezza del lato del quadrato rappresenta la media geometrica delle due lunghezze del lato del rettangolo considerato.

Come è avvenuto l'aggancio delle medie con le probabilità? La nozione di media si è inserita in modo speculativo nelle deliberazioni relative alle sostituzioni, alle partizioni e alle distribuzioni. Nell'*Etica Nicomachea*, Aristotele distingue una prima specie di giustizia, che si esercita nelle distribuzioni di onori, di denaro oppure di tutto quanto si spartisce fra i membri della comunità civile e una seconda specie, che stabilisce un ordine equo negli scambi fra individui.

Aristotele fonda questa distinzione sulla considerazione che l'uguaglianza stretta non soddisfa le esigenze di equità, perché non tutte le necessità sono altrettanto primarie, né tutti i bisogni altrettanto impellenti né uniformi. Aristotele adotta perciò la media aritmetica per fissare la misura negli scambi tra contraenti, mentre sceglie la media geometrica per determinare la misura nelle distribuzioni dei beni comuni a tutti, in vista di realizzare probabilmente, cioè plausibilmente, l'ottimo del bene comune della comunità civile.

La considerazione della misura (*tò métron, e mésotes*) permeò a tal punto il pensiero greco che ogni virtù si definiva come una disposizione alla moderazione, ossia alla misura del «giusto mezzo», intermedio fra l'eccesso e il difetto. Sarebbe fuorviante intender questo precetto come una raccomandazione dell'«aurea mediocritas» in tutte le cose. Spetta all'agente di deliberare secondo il suo libero arbitrio

quanto sia troppo e quanto sia troppo poco, in una data situazione. Il coraggio in tempo di guerra non deve essere lo stesso che in tempo di pace; il coraggio del marinaio in alto mare non è quello che conviene nelle vicende domestiche. In questa prospettiva, a seconda delle condizioni, delle situazioni e delle occasioni, la «media» può variare molto e spostarsi largamente fra valori estremi. Siamo lungi, tuttavia, dalla considerazione, assai più recente, dei matematici che ritengono che una media può assumere tutti i valori intermedi in un intervallo, secondo la funzione che viene assegnata a quel tipo di media.

A mia conoscenza, non si incontra nell'Antichità un testo che congiunga l'uso di una media con l'osservazione della frequenza di un risultato. La ragione è semplice: se ai Greci e ai Romani era noto l'uso di censimenti e di tavole numeriche, essi disponevano, però, di scarsi materiali statistici. Due inferenze adombravano, nondimeno, inferenze statistiche ben posteriori:

- la prima, pur vaga e imprecisa, conclude che più un valore si allontana da un valore medio, meno è plausibile. Certo, gli Antichi non avevano ancora la minima idea della distribuzione binomia che tende a diventare, quando cresce il numero di frequenze relative osservate, sia la distribuzione normale di Gauss, sia la distribuzione di Poisson per eventi insoliti;

- la seconda, più sottile, induce che i valori medi sono i più stabili, quelli che variano più lentamente. La mutabilità e la variabilità delle cose materiali erano al centro delle varie filosofie del divenire, di quella aristotelica in particolare. Inoltre, la durevolezza figura sempre nelle liste greche dei motivi che giustificano la preferenza di un bene ad un altro.

Quale sarà, in fin dei conti, la risposta al nostro quesito: non è vero che il calcolo delle probabilità diventò lo strumento delle inferenze statistiche, e quindi della logica induttiva, soltanto dopo Giacomo Bernoulli?

Siamo tentati di rispondere senza riserve che tale fu il caso. Nel tempo che separa i lavori di Huygens da quelli di Bernoulli, assistiamo al moltiplicarsi dei documenti statistici. Nel 1662, John Graunt usò le tavole di mortalità di Londra per studiare il tasso di mortalità nella città. Ludwig Huggens dopo aver letto il libro di Graunt, consulta il fratello Christaan sul come calcolare l'attesa di vita di un bambino appena nato. Negli stessi anni, Johannes Hudde e Jan de Witte utilizzarono i dati sulle assicurazioni in Olanda per

inferire una curva di mortalità, su cui basare il prezzo equo di una rendita vitalizia. Si cominciava a speculare sulla durata della vita, in mezzo a molte ambiguità dovute alle difficoltà di distinguere chiaramente vita media - a quell'epoca 18 anni e due mesi - e vita probabile - allora 11 anni.

Ribadiamo, però, che certe forme di assicurazioni marittime erano praticate sin dall'Antichità. Certo, i pericoli della navigazione erano maggiormente impellenti allora che in tempi più recenti; inoltre, anche lì, si stentava a distinguere danno medio e danno probabile.

I mercanti che noleggiavano una nave per il trasporto di merci depositavano presso il «navicularius», cioè l'armatore, una somma che poteva raggiungere il 30% - 40% del valore del carico trasportato. In caso di naufragio, l'armatore veniva a transazione con il capitano preposto alla navigazione, in vista di risarcire in pieno il danno subito dai mercanti.

Rischi e pericoli furono sempre argomenti di deliberazioni umane. Spontaneamente gli uomini prestano maggiore attenzione alla sfortuna che alla fortuna favorevole. Già Platone divideva il genere umano in tre parti: gli uomini, le donne, la gente di mare.

I marinai, sempre citati negli esempi di coraggio durante l'Antichità greco-latina, furono anche probabilmente i primi ad associare nelle deliberazioni sulle manovre opportune da intraprendere, le previsioni e l'osservazione delle frequenze di certi eventi meteorologici.

* * *

Conclusioni

Un motto fa sempre bella mostra di sé sulla prima pagina di un testo stampato di qualche importanza. Ho tutte le ragioni per essere modesto. Ho riservato, pur tuttavia, alla conclusione di questa conferenza sulle origini e sugli sviluppi dell'idea di probabilità dall'Antichità fino al Seicento, il pensiero di un frate francescano del Medioevo, Ruggero Bacon.

Questi sostiene che «nessuna scienza è nata in un particolare tempo, ma fin dagli inizi del mondo, la conoscenza si è accresciuta progressivamente, e presentemente non è ancora completa».

A chi obiettasse: «Ma non Le basta la storia delle rivoluzioni scientifiche successive per convincerLa del contrario?», risponderei: «le nostre domande hanno una storia molto più antica delle nostre risposte, e sovente alla medesima domanda si sono succedute più di una risposta. Lo storico delle idee è chiamato a svolgere il ruolo del «tertius interveniens» tra il filosofo che pone l'accento sulla continuità del pensiero nei problemi e lo scienziato che coglie più immediatamente le discontinuità concettuali dei pensieri che danno le soluzioni successive.

Anche a proposito della probabilità, abbiamo percepito questa complementarità nella storia della continuità e delle discontinuità.

Ho insistito soprattutto, nell'esame dell'origine e degli sviluppi dell'idea di probabilità, sulla filosofia di Aristotele, perché pochi come lui hanno riflettuto sulla casualità e sulla fortuna.

Aristotele ha elaborato una filosofia attorno alla questione del divenire. Non soltanto ha messo in risalto l'assunto, generale nel pensiero greco, relativo a generazione e corruzione:

ciò che è cominciato finirà,
ciò che è nato morirà,
ciò che è composto si scomporrà.

Ha inoltre intuito che la contingenza è intrinsecamente iscritta nel divenire. Tutto quanto diviene può diventare diverso. Il divenire è legato al cambiamento e non può essere né univocamente né infallibilmente predeterminato. Ora la contingenza è il contrassegno che distingue ogni necessità naturale dalla necessità logica. Perciò la probabilità è il sapere delle transizioni parzialmente incerte.

Siamo quindi chiamati a ragionare su delle probabilità e a deliberare in molte situazione di incertezza. Contingenze naturali e occasioni fortuite costituiscono la causa materiale delle iniziative del nostro libero arbitrio. Senza causalità naturale, non ci sarebbe responsabilità. Si è detto, non senza ragione, che il discorso più sensato e meglio articolato sulla causalità è quello tenuto dagli assicuratori e dai magistrati che si occupano di responsabilità civile nei vari incidenti per definire l'entità del risarcimento.

Pochi filosofi, pure fra quelli di tradizione aristotelica, hanno accordato sufficiente considerazione all'essere accidentale.

I Moderni rimproverano ad Aristotele un essenzialismo che egli avrebbe conservato dal platonismo, pur dissentendo da altri insegnamenti di Platone. Pochi discepoli di Aristotele, tuttavia,

hanno avuto, alla stessa stregua di lui, il senso delle realtà accidentali. Queste furono il contesto della dottrina aristotelica della contingenza e delle probabilità.

Di sfuggita abbiamo accennato alla Scolastica medievale. Però, abbiamo completamente lasciato da parte la straordinaria avventura della teologia cristiana che reinterpreta la fortuna nella Provvidenza divina. Sarebbe stato aprire un'altra immensa prospettiva che merita una trattazione specifica, anche sotto la sola angolazione del ruolo che ebbe nell'avvento del determinismo. Ricerche contemporanee sulle logiche temporali e sulle limitazioni all'assunto dell'onniscienza logica richiedono nuovi approfondimenti.